Forme logique: descriptions définies, quantification, pronoms

Feuille d'accompagnement pour les TP du 21 novembre 2002

Philipp Keller

21 novembre 2002

1 Le modèle de la variable pour les expressions referentiels

Pour les exposants de la théorie de la référence directe, le plus notamment pour Kripke (1972) et Kaplan (1977), la variable est l'expression référentielle par excellence – dans le cas de la variable gouvernée par un quantificateur il est le plus clair que le 'mode' de sa référence ne peut être que directe.

Dans le langage de la logique de prédicats, on distingue les variables telles que "x", "y", "z", ...des constantes individuelles telles que "a", "b", "Maria", "Sam". La différence est que "a" et "Maria" dénotent un individu particulier, tandis que "x" et "y" dénotent des individus "arbitraires". Dans le langage ordinaire, les pronoms, les expressions anaphoriques et des expressions comme "tel que" correspondent aux variables. La formalisation d'une phrase du langage ordinaire dans la logique de prédicats se fait donc à deux étapes:

- Premièrement, nous construisons une phrase synonyme qui met plus au clair la forme logique de la phrase initiale:

  "Tout existe." $\rightsquigarrow$ "Toute chose est telle qu'elle existe."

  "Tout homme est mortel." $\rightsquigarrow$ "Tout est tel que si c'est un homme, c'est mortel."

  "Sam entra et rit." $\rightsquigarrow$ "Il y a quelque chose tel que cette chose est Sam et cette chose entra et rit."

- Dans une deuxième étape, nous introduisons des variables pour rendre ces dépendences encore plus explicites:

  "Toute chose est telle qu'elle existe." $\rightsquigarrow$ $\forall x(x \text{ existe})$

  "Tout est tel que si c'est un homme, c'est mortel." $\rightsquigarrow$ $\forall x(x \text{ est un homme} \rightarrow x \text{ est mortel})$

  "Il y a qqch tel que cette chose est Sam et entra et ria." $\rightsquigarrow$ $\exists x(x = \text{Sam} \wedge x \text{ entra} \wedge x \text{ rit})$

2 L'utilité de la quantification

Voilà quelques autres examples de l'usage du langage de la logique des prédicats:

$$\begin{array}{rcl}
\text{“Anna est une vache”} & \rightsquigarrow & Fa \\
\text{“Anna rit”} & \rightsquigarrow & Ga \\
\text{“Anna est une vache qui rit”} & \rightsquigarrow & Fa \wedge Ga \\
\text{“Il y a une vache”} & \rightsquigarrow & \exists x Fx \\
\text{“Il y a une vache qui rit”} & \rightsquigarrow & \exists x(Fx \wedge Gx) \\
\text{“Il y a une vache et il y a quelque chose qui rit”} & \rightsquigarrow & \exists x Fx \wedge \exists y Gy \\
\text{“Toute chose est une vache”} & \rightsquigarrow & \forall x Fx \\
\text{“Toute vache rit”} & \rightsquigarrow & \forall x(Fx \rightarrow Gx)
\end{array}$$

On a déja vu que Frege considérait le langage ordinaire comme essentiellement imparfait, une source inévitable de tromperies. Le fait que le langage naturel ne représent pas toujours correctement la “forme logique” d'une phrase n'est pas un simple désavantage, mais peut mener à des conséquences désastreuses, comme montre l'exemple suivant (qui ne se trouve pas chez Frege). Considérons la phrase suivante:

Toute personne est amoureuse de quelqu'un. (1)

Avant même qu'on peut se demander si la phrase (1) est vraie, il faut la comprendre. Mais qu'est-ce qu'elle dit? Il semble y avoir deux possibilités:

$$\forall x\ \exists y \quad (x \text{ aime } y) \tag{2}$$

(2) veut dire que, pour toute personne, on trouve une autre personne (qui, cependant, peut être la même) telle que la première aime la deuxième. Comparez ceci à la phrase suivante:

$$\exists y\ \forall x \quad (x \text{ aime } y) \tag{3}$$

(3) dit qu'il y a une personne qui est telle que tout le monde l'aime, un/une bien-aimé(e) universel(le). On peut très bien s'imaginer des situations (contre-factuelles) où (2) est vraie mais (3) est fausse. L'ambiguité de (1) entre (2) et (3) montre que le langage ordinaire n'arrive pas très bien à distinguer des anaphores et des références implicites, un travail qui, dans des langues formelles, est fait par les variables et les quantificateurs. La distinction cruciale entre “$\forall\exists$” et “$\exists\forall$” n'est pas seulement importante pour l'analyse du langage ordinaire, mais peut aussi jouer un rôle important en mathématiques. Ce n'était qu'au 19ème siècle que les mathématiciens ont réussi à distinguer nettement la continuité “simple” de la continuité dite uniforme qui impose des restrictions plus sévères. Pour être continue, une fonction doit être “régulière” localement ($\forall\epsilon\ \exists\delta\ (|x-y| < \delta \rightarrow |f(x)-f(y)| < \epsilon)$); pour être continue uniformément, elle doit être régulière globalement ($\exists\delta\ \forall\epsilon\ (|x-y| < \delta \rightarrow |f(x)-f(y)| < \epsilon)$). Le premier s'ensuit du deuxième mais l'inverse n'est pas vrai.

Dans son jugement négatif sur l'utilité du langage ordinaire pour les sciences, y compris la philosophie, Frege était suivi par les membres du cercle de Vienne et par Wittgenstein qui, dans Wittgenstein (1998: 3.23-3.24), annonçait que “les confusions les plus fondamentales (dont la philosophie est pleine)” naissent de la méprise quant à la manière dont fonctionne le langage ordinaire. Pour éviter des confusions de ce genre, il était jugé nécéssaire d'étudier la forme logique des phrases du langage ordinaire. Le paradigme d'une telle étude était la théorie de Bertrand Russell des déscriptions définies (“definite descriptions”).

3 Le problème des descriptions définies

Une déscription définie telle que "le président des Etats-Unis" ou "le roi de la France" est un terme singulier, c'est-à-dire une expression qui désigne ou a comme référent au plus un seul individu. Mais que dire des cas ou cet individu n'existe pas, comme il est le cas avec l'expression "le roi de la France"? Quelle valeur de vérité faut-il attribuer à une phrase comme:

Le roi de la France est chauve. (4)

Russell (1905) répondait à cette question en donnant la forme logique suivante à (4):

$$\exists x(RFx \wedge Cx \wedge \forall y(RFy \rightarrow x = y)) \tag{5}$$

Traduit littéralement, (5) dit qu'il y ait un individu qui est le roi de la France (RF) et qui est chauve (C) et que tout individu y qui est le roi de la France est identique à x. (4) est donc interpreté comme disant qu'il y a au moins un roi de la France et qu'il est chauve et est donc faux si, comme il est le cas, la France est une république.

Un autre désavantage du langage ordinaire est qu'il ne met souvent pas au clair ce qu'on peut appeler "l'engagement ontologique" d'une phrase. Une phrase s'engage ontologiquement sur x (implique l'existence de x) ssi (si et seulement si, $\leftrightarrow$) elle ne peut pas être vrai sans que x existe. La thèse de Russell sur les descriptions définis peut donc être formulée ainsi: L'emploi des description définies comme dans (4) nous engage ontologiquement à l'existence de leur référents. La question de l'engagement ontologique est étroitement lié au problème de la forme logique d'une phrase. Comment formaliser (6)?

Il y a trois manières de faire des pâtes. (6)

Est-ce que (6) implique qu'il y a des "manières"? C'est la même question comme celle de savoir si (6) a la forme logique

$$\exists x,y,z(MFPx \wedge MFPy \wedge MFPz \wedge x \neq y \wedge x \neq z \wedge x \neq z) \tag{7}$$

ou une forme plus ou moins pareille. Et quoi encore avec "Sam mange" et "Britney Spears a perdu sa virginité" – est-ce que la première implique qu'il y a quelque chose de mangeable sur le planète et le deuxième qu'il existe maintenant une chose de moins au monde, à voir la virginité de Britney Spears?

4 Questions sur Russell, "Sur la dénotation"

Voilà un tas de questions sur Russell (1905):

1. Qu'est-ce qu'une expression dénotante? En vertu de quelle caractéristique un terme reçoit-il ce qualificatif? (p. 203)
2. Quels sont les trois cas que distingue Russell en ce qui concerne les expressions dénotantes? (p. 203)
3. Quelle(s) différence(s) y a-t-il entre connaissance directe et connaissance à propos de? Exemples? (p. 203–204)
4. Comment comprendre: "Penser doit toujours prendre son point de départ dans une connaissance directe."? (p. 204)
5. Quelle différence y a-t-il entre les expressions "$C(x)$" et "$C(a)$" (où x est une variable et a un nom)? (p. 204)
6. Prises isolément, les expressions dénotantes peuvent-elles avoir un sens? (p. 205)
7. Selon Russell à quoi sont dues les difficultés relatives à la dénotation? (p. 205)
8. Quelle est la véritable structure des énoncés suivants (p. 205–207):
   - "J'ai rencontré un homme"

- "Tous les hommes sont mortels"
- "Quelques hommes sont honnêtes"
- "Le père de Charles II fut exécuté"
- "L'actuel Roi de France est chauve"

9. Russell mentionne deux théories selon lesquelles les expressions dénotantes sont des constituants authentiques des propositions. Quelles sont-elles? (p.207)
10. Quels sont les arguments de Russell contre la théorie de Meinong? (p.207)
11. Quels sont les arguments de Russell contre la théorie de Frege? (p. 207-208) (Si vous trouvez une bonne réponse à cette question, vous deveniez fameux et riches!)
12. Quelles sont les trois énigmes que Russell veut résoudre pour prouver le bien fondé de sa théorie? (p. 209–210)
13. Quelle(s) solution(s) Russell propose-t-il pour résoudre ces trois énigmes?
14. Essayez de saisir la différence entre occurrence primaire et occurrence secondaire. En quoi consiste la différence? Essayez de formaliser "Le Roi de France est chauve" des deux manières possibles (une fois avec "le Roi de France" en occurrence primaire, un fois avec "le Roi de France" en occurrence secondaire).

Références

Kaplan, David, 1977. "Demonstratives – An Essay on the Semantivs, Logic, Metaphysics, and Epistemology of Demonstratives and Other Indexicals". In: Almog, Perry, and Wettstein, editors, "Themes from Kaplan", Oxford: Oxford University Press.

Kripke, Saul, 1982. *La logique des noms propres*. Paris: Les éditions de minuit. Traduction de Kripke (1972) dans la version Kripke (1980) par P. Jacob et F. Recanati.

Kripke, Saul A., 1972. "Naming and Necessity". In: Donald Davidson and Gilbert Harman, editors, "Semantics of Natural Language", pages 253–355. Dordrecht: Reidel. Reprinted as Kripke (1980).

Kripke, Saul A., 1980. *Naming and Necessity*. Oxford: Blackwell. Translated into French by P. Jacob and F. Recanati in Kripke (1982).

Russell, Bertrand, 1905. "On Denoting". *Mind* 14:479–493. Reprinted in (Russell 1973: 103–119) and translated into French by J.-M. Roy in (Russell 1989: 203-218).

Russell, Bertrand, 1973. *Essays in Analysis*. London: George Allen & Unwin.

Russell, Bertrand, 1989. *Écrits de Logique Philosophique*. Paris: Presses universitaires de France. Trad. de l'anglais de Russell (1905) par J.-M. Roy.

Wittgenstein, Ludwig, 1998. *Logisch-philosophische Abhandlung / Tractatus logico-philosophicus*. Frankfurt a.M.: Suhrkamp. Critical ed. by Brian McGuiness and Joachim Schulte.