

# Einführung in die Logik

Einführungskurs Logik, Universität Bern, Frühlingssemester 2008

handout zur Sitzung vom 19.2.08

Philipp Keller  
philipp.keller@lettres.unige.ch

## 1 Formal gültige Argumente

Die Philosophie ist die Wissenschaft des Argumentierens, und die Logik die Wissenschaft gültiger Schlüsse.

Wir können eine Rede als Diskurs bezeichnen, wenn er die Wahrheit eines bestimmten Satzes etablieren soll. Sie ist argumentativ, wenn dies durch die Angabe von Gründen für die Wahrheit eines solchen Satzes geschehen soll. Ein Argument besteht aus einer oder mehreren Prämissen und einer Konklusion. Ein Argument ist ein Schluss, wenn die Prämissen einen hinreichenden Grund für die Konklusion angeben sollen. In diesem Fall sprechen wir von "Gültigkeit" – es ist dann unmöglich, dass die Prämissen wahr sind, die Konklusion aber falsch ist.

Wir sprechen von einem formal gültigen Schluss, wenn die Schlüssigkeit des Argumentes auf seine formalen Eigenschaften zurückzuführen ist. Alle Argumente mit denselben formalen Eigenschaften sind dann ebenso schlüssig. Die Wörter, die für die 'Form' eines Satzes verantwortlich sind, werden auch "logische Wörter" genannt. Verschiedene Logiken unterscheiden sich darin, welche Wörter sie als logisch auffassen.

Die Aussagenlogik untersucht die aussagenlogischen Junktoren, die aus einfach(er)en Sätzen komplexe(re) Sätze formen. Die Prädikatenlogik beschäftigt sich zudem mit der inneren Struktur aussagenlogisch einfacher Sätze, d.i. mit Relationen, Funktionen und Quantoren.

## 2 Formale und natürliche Sprachen

Die Grammatik natürlicher Sprachen (wie des Deutschen, des Englischen und des Französischen) ist kompositional, d.h. sie bestimmt die Bedeutungen komplexer Ausdrücke als Funktionen der in ihnen erhaltenen Ausdrücke und der Art und Weise, wie diese miteinander verbunden sind. Im Fall natürlicher Sprachen sind solche Funktionen oft schwierig zu bestimmen und zudem häufig abhängig von den nicht-linguistischen Verwendungskontexten der komplexen Ausdrücke.

Formale Sprachen, wie sie in der Logik und Mathematik verwendet werden, sind explizit aufgebaut: ihre Kompositionalität ist durch die rekursiven Definitionen ihrer komplexeren Ausdrücke eindeutig festgelegt. Wir nennen "formale Sprachen" Mengen solcherart definierter sog. "wohlgeformten Formeln".

Jede Sprache kann auf drei Ebenen beschrieben werden: anhand ihrer Syntax, die die Form der wohlgeformten Ausdrücke festlegt, ihrer Semantik, die diesen Ausdrücken eine Bedeutung zuweist, und schliesslich ihrer Pragmatik, die die Verwendung der Ausdrücke studiert.

## 3 Die Formalisierung von Argumenten

Um die logische Form eines natürlichsprachlichen Arguments explizit und den Mitteln der Logik zugänglich zu machen, müssen wir es erst formalisieren. Dazu ersetzen wir in einem ersten Schritt grammatisch vollständige Sätze durch schematische Satzbuchstaben:

Wenn ich Logik studiere, werde ich glücklich und weise sein.	Wenn $p$ dann $q$ .
Ich studiere Logik.	$p$
Also werde ich glücklich und weise sein.	Also, $q$ .

Wenn wir den Junktor “wenn ...dann ...” durch den Pfeil “ $\rightarrow$ ” ersetzen, erhalten wir als logische Form des Schlusses folgendes Schlusschema:

$$\frac{p \rightarrow q \quad p}{q}$$

Bei diesem Schlusschema handelt es sich in folgendem Sinn um eine Formalisierung:

- Alle Ausdrücke, die für die Gültigkeit des Schlusses irrelevant sind, sind durch schematische Ausdrücke abgekürzt.
- Die für die Gültigkeit des Schlusses relevanten Ausdrücke sind durch Ausdrücke ersetzt worden, die zur formalen Sprache einer Logik (hier der Aussagenlogik) gehören.

## 4 Die Gültigkeit

Die Logik hat es nicht mit Wahrheit, sondern mit Gültigkeit zu tun. Ein Schluss ist gültig gdw. (genau dann, wenn) es unmöglich ist, dass seine Prämissen wahr sind, seine Konklusion aber falsch ist. Ob die Prämissen wahr sind, geht die Logik nichts an. Im Fall eines formal gültigen Schlusses, handelt es sich bei der hier in Frage stehenden Unmöglichkeit um eine logische: es ist dann logisch unmöglich, dass die Prämissen wahr und die Konklusion falsch sind.

Die logische Möglichkeit und Unmöglichkeit ist durch sogenannte “Interpretationen” festgelegt. Eine Interpretation eines Schlusschemas ist die Zuordnung von Wahrheitswerten zu den in ihm vorkommenden Satzchemata. Eine Interpretation des Schlusschemas (von mehreren möglichen)

$$\frac{p \rightarrow q \quad p}{q}$$

ordnet bspw. “ $p$ ” den Wahrheitswert “wahr” (abgekürzt “W”) und “ $q$ ” den Wahrheitswert “falsch” (abgekürzt “F”) zu. Wir sehen, dass in diesem Fall die erste Prämisse und die Konklusion beide falsch sind.

## 5 Verwenden und Erwähnen

Wir müssen zwischen der Verwendung und der Erwähnung von Wörtern unterscheiden. Im Satz

Bern ist eine schöne Stadt.

verwende ich das Wort “Bern” und erwähne die Stadt. Wenn ich aber sage

“Bern” ist ein Wort des Deutschen.

erwähne ich das Wort “Bern” und benütze einen Namen dafür, nämlich ““Bern”” (einen Namen, der aus Anführungszeichen, dem Grossbuchstaben “B”, den Buchstaben “e”, “r”, “n” und Schlusszeichen besteht).

Um ein Wort zu erwähnen verwenden wir Anführungszeichen.