Abschlussklausur

Einführungskurs Logik, Universität Bern, Frühlingssemester 2008

27.5.2008, 16h15-18h00

Name(n): ______________________________

Erzielte Punkte (in 8 Fragen mit insgesamt 20 Punkten): ____________ Note: ____________

1. (2 Punkte) Formulieren Sie die de Morganschen Gesetze für die Aussagenlogik und überprüfen Sie ihre Gültigkeit mit Wahrheitswerttabellen.

2. (2 Punkte) Stellen Sie fest, welche der folgenden Paare von Formeln dieselbe Wahrheitswerttabelle haben:
   (a) "$(p \wedge \neg q) \wedge r$" und "$p \wedge (\neg q \wedge r)$"
   (b) "$\neg(p \vee q)$" und "$\neg p \vee \neg q$"

3. (2 Punkte) Betrachten Sie die folgenden Aussagen:

   1 Jeder Philosoph bewundert einen Philosophen.
   2 Es gibt einen Philosophen, der von allen Philosophen bewundert wird.

   (a) Ist eine der beiden Aussagen zweideutig? Wenn ja, zwischen welchen zwei Formalisierungen in der Sprache der Prädikatenlogik?
   (b) Folgt eine der Aussagen logisch aus der anderen? Wenn ja, in welcher Richtung besteht die Folgebeziehung?

4. (3 Punkte) Die Polizei verhaftet drei Verdächtige: Sam, Maria und Jonas. Sie machen folgende Zeugenaussagen:

   - Maria: "Jonas ist unschuldig, nicht aber Sam."
   - Sam: "Wenn Maria nicht unschuldig ist, ist es Jonas auch nicht."
   - Jonas: "Ich bin unschuldig, aber mindestens einer der beiden anderen ist es nicht."

   Kürzen Sie "Maria ist unschuldig" mit "p", "Sam ist unschuldig" mit "q" und "Jonas ist unschuldig" mit "r" ab und

   (a) formalisieren Sie die drei Zeugenaussagen und machen Sie davon die Wahrheitswerttabellen;
   (b) benützen Sie diese Wahrheitswerttabellen, um festzustellen,
      (i) ob die drei Zeugenaussagen konsistent sind;
      (ii) ob eine der Zeugenaussagen aus einer anderen folgt (und wenn ja, welche aus welcher);
      (iii) wer gelogen hat, wenn alle unschuldig sind;
      (iv) wer unschuldig ist, wenn alle drei Zeugenaussagen wahr sind;
      (v) wer schuldig und wer unschuldig ist, wenn die Unschuldigen die Wahrheit gesagt und die Schuldigen gelogen haben.

5. (1 Punkt) Formalisieren Sie
   (a) "Alle Schweizer Bürger dürfen einreisen."
   (b) "Nur Schweizer Bürger dürfen einreisen."

6. (5 Punkte) Beweisen Sie mittels der Methode der natürlichen Deduktion folgende Sequenzen:
   (a) "$p \to (p \to q)\ ,\ p\ \vdash\ q$"
   (b) "$\neg p \to q\ \vdash\ \neg q \to p$"
   (c) "$\forall x(Fx) \lor \forall x(Gx)\ \vdash\ \forall x(Fx \lor Gx)$"
   (d) "$\forall x(Gx \to Hx)\ ,\ \exists x(Fx \land Gx) \vdash \exists x(Fx \land Hx)$"
   (e) "$\forall x(Fx \to Ga) \to (\exists x(Fx) \to Ga)$"

7. (4 Punkte) Beweisen Sie mittels der Baummethode folgende Formeln:
   (a) "$(p \to q) \leftrightarrow \neg(p \land \neg q)$"
   (b) "$((p \land (q \leftrightarrow r)) \land (\neg p \lor (q \to \neg r))) \to (p \to \neg r)$"
   (c) "$\exists x \forall y\ (Rxy) \to \forall y \exists x\ (Rxy)$"
   (d) "$(\forall x \forall y(Rxy \to Ryx) \land \forall x \forall y \forall z((Rxy \land Ryz) \to Rxz)) \to \forall x \forall y(Rxy \to Rxx)$"

8. (1 Punkt) Zeigen Sie, dass "$\forall x(Fx \lor Gx) \to (\forall x(Fx) \lor \forall x(Gx))$" kein Theorem der Prädikatenlogik ist.