

zusätzliche Übungen zur Aussagenlogik
Einführungskurs Logik, Universität Bern, Frühlingssemester 2008

1. (14 Punkte) Bestimmen Sie Mittels der Baummethode den Wahrheitswert der folgenden Sätze:

- (a) " $p \rightarrow (q \rightarrow r)$, $\neg q \rightarrow \neg p$, $p \vdash r$ "
- (b) " $(p \leftrightarrow \neg q) \wedge q$, $(q \vee ((r \rightarrow p) \wedge r)) \rightarrow \neg p \vdash q \rightarrow \neg p$ "
- (c) " $(p \rightarrow \neg r) \wedge q$, $q \rightarrow ((p \wedge r) \vee ((r \rightarrow \neg p) \rightarrow r)) \vdash r$ "
- (d) " $p \rightarrow (q \rightarrow r)$, $\neg r \vdash \neg(p \wedge q)$ "
- (e) " $p \wedge (q \leftrightarrow r)$, $\neg p \vee (q \rightarrow \neg r) \models p \rightarrow \neg r$ "
- (f) " $(p \leftrightarrow \neg q) \wedge q$, $(\neg q \vee ((r \leftrightarrow p) \wedge r)) \rightarrow \neg p \vdash r \rightarrow \neg p$ "
- (g) " $\vdash p \rightarrow (q \rightarrow p)$ "
- (h) " $\vdash ((q \leftrightarrow \neg r) \wedge (p \leftrightarrow \neg q)) \rightarrow (r \leftrightarrow p)$ "
- (i) " $\vdash (\neg q \rightarrow p) \rightarrow (\neg p \rightarrow (\neg q \rightarrow p))$ "
- (j) " $\vdash \neg(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow \neg q)$ "
- (k) " $\vdash (p \vee q) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow q)$ "
- (l) " $\vdash ((p \leftrightarrow q) \wedge (q \wedge r) \wedge (q \rightarrow s)) \rightarrow (s \rightarrow p)$ "
- (m) " $\vdash (p \rightarrow q) \leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$ "
- (n) " $\vdash ((p \wedge (q \leftrightarrow r)) \wedge (\neg p \vee (q \rightarrow \neg r))) \rightarrow (p \rightarrow \neg r)$ "

2. (23 Punkte) Beweisen Sie die folgenden Sequenzen mit der Methode der natürlichen Deduktion:

- (a) " $p \rightarrow (\neg\neg p \rightarrow q), \neg q \vdash \neg p$ "
- (b) " $(p \vee \neg q) \rightarrow p, \neg p \vdash \neg p \wedge q$ "
- (c) " $p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$ "
- (d) " $p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash (p \wedge q) \rightarrow r$ "
- (e) " $p \vdash (\neg(q \rightarrow r) \rightarrow \neg p) \rightarrow (\neg r \rightarrow \neg q)$ "
- (f) " $p \rightarrow \neg p \vdash \neg p$ "
- (g) " $p \wedge q \vdash p \vee q$ "
- (h) " $p \wedge (q \leftrightarrow s), (q \leftrightarrow s) \rightarrow r \vdash r \vee t$ "
- (i) " $\neg(\neg p \wedge \neg q), \neg p \vdash q$ "
- (j) " $\neg(q \rightarrow p) \vdash q \rightarrow \neg p$ "
- (k) " $\vdash p \rightarrow p$ "
- (l) " $\vdash \neg(p \wedge \neg p)$ "
- (m) " $\neg p \leftrightarrow \neg q \vdash p \leftrightarrow q$ "
- (n) " $(p \leftrightarrow \neg q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r) \vdash p \leftrightarrow r$ "
- (o) " $p, p \rightarrow q, p \rightarrow r \vdash q \wedge r$ "
- (p) " $p \vee q, p \rightarrow r, q \rightarrow r \vdash r \vee s$ "
- (q) " $p \rightarrow q, p \rightarrow r \vdash p \rightarrow (q \wedge r)$ "
- (r) " $p \rightarrow q, r \rightarrow s \vdash (p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s)$ "
- (s) " $\vdash p \rightarrow (q \vee \neg q)$ "
- (t) " $p \wedge \neg p \vdash p$ "
- (u) " $p \rightarrow (p \rightarrow q), p \vdash q$ "
- (v) " $\neg\neg q \rightarrow p, \neg p \vdash \neg q$ "
- (w) " $\neg p \rightarrow q \vdash \neg q \rightarrow p$ "