

Übungen 11
 Einführungskurs Logik, Universität Bern, Frühlingssemester 2008
 abzugeben vor Dienstag, dem 13.5.2008, 16h15

Name(n): _____

Erzielte Punkte (in 4 Fragen mit insgesamt 20 Punkten): _____ Note: _____

1. (4 Punkte) Bestimmen Sie mittels der Baummethode, ob folgende Formeln gültig sind:

- (a) " $\exists x \forall y (Rxy) \rightarrow \forall y \exists x (Rxy)$ "
- (b) " $\forall x (Fx) \rightarrow \exists x (Fx)$ "
- (c) " $\neg \exists y (Py) \rightarrow \forall y (Fy \rightarrow \exists x Fx)$ "
- (d) " $\forall x (Fx \rightarrow (Gx \wedge Hx)) \rightarrow \forall x ((Fx \wedge Gx) \rightarrow Hx)$ "

2. (4 Punkte) Finden Sie mittels der Baummethode Modelle für die folgenden Formeln:

- (a) " $\exists x \forall y (Rxy) \wedge \exists x \exists y (\neg Rxy)$ "
- (b) " $\forall x (\neg Sxx) \wedge \exists x \exists y \exists z (Sxy \wedge Syx \wedge \neg Sxz)$ "
- (c) " $\forall x \exists y (Rxy) \wedge \forall x (\neg Rxx) \wedge \neg \forall x \forall y (Rxy \rightarrow Ryx)$ "
- (d) " $\forall x \exists y (Rxy) \wedge \forall x (\neg Rxx) \wedge \exists x \exists y (Rxy \wedge \neg Ryx)$ "

3. (6 Punkte) Überprüfen Sie die Gültigkeit folgender Formeln mittels der Baummethode. Beschreiben Sie (in natürlicher Sprache) Strukturen, in denen die Umkehrungen von (b) und (d) falsch sind.

- (a) " $\forall x (Fx \wedge Gx) \leftrightarrow (\forall x (Fx) \wedge \forall x (Gx))$ "
- (b) " $(\forall x Fx \vee \forall x Gx) \rightarrow \forall x (Fx \vee Gx)$ "
- (c) " $\exists x (Fx \vee Gx) \leftrightarrow (\exists x (Fx) \vee \exists x (Gx))$ "
- (d) " $\exists x (Fx \wedge Gx) \rightarrow (\exists x (Fx) \wedge \exists x (Gx))$ "

4. (6 Punkte) Seien die folgenden Abkürzungen gegeben:

- "p" für " $\forall x \forall y (Rxy \rightarrow Ryx)$ " ("die Relation R ist symmetrisch")
- "q" für " $\forall x \forall y \forall z ((Rxy \wedge Ryz) \rightarrow Rxz)$ " ("die Relation R ist transitiv")
- "r" für " $\forall x \forall y (Rxy \rightarrow Rxx)$ " ("die Relation R ist reflexiv")
- "s" für " $\forall x \exists y (Rxy)$ " ("die Relation R ist 'offen'")
- "t" für " $\forall x \forall y (Rxy \rightarrow \neg Ryx)$ " ("die Relation R ist anti-symmetrisch")

(a) Beweisen Sie mittels der Baummethode folgende Behauptung:

$$(p \wedge q) \rightarrow r \tag{1}$$

(b) Zeigen Sie, dass es mit der Baummethode nicht möglich ist, für folgenden Satz ein Modell zu finden:

$$\neg((q \wedge s \wedge t) \rightarrow \exists x \forall y (\neg Ryx)) \tag{2}$$

(c) Beschreiben Sie eine Struktur, in der (2) wahr ist.