

Übungen 12

Einführungskurs Logik, Universität Bern, Frühlingssemester 2008
abzugeben vor Dienstag, dem 20.5.2008, 16h15

Name(n): _____

Erzielte Punkte (in 2 Fragen mit insgesamt 20 Punkten): _____ Note: _____

I. (14 Punkte) Beweisen Sie folgende Sequenzen mit der Methode der natürlichen Deduktion:

- (a) " $\forall x(Fx \rightarrow \neg Gx), \forall x(Hx \rightarrow Gx) \vdash \forall x(Fx \rightarrow \neg Hx)$ "
- (b) " $\forall x(Gx \rightarrow \neg Fx), \forall x(Hx \rightarrow Gx) \vdash \forall x(Fx \rightarrow \neg Hx)$ "
- (c) " $\forall x(Fx \rightarrow Gx) \vdash \forall x(Fx) \rightarrow \forall x(Gx)$ "
- (d) " $\forall x(Gx \rightarrow \neg Hx), \exists x(Fx \wedge Gx) \vdash \exists x(Fx \wedge \neg Hx)$ "
- (e) " $\forall x(Hx \rightarrow Gx), \exists x(Fx \wedge \neg Gx) \vdash \exists x(Fx \wedge \neg Hx)$ "
- (f) " $\forall x(Fx \rightarrow Gx) \vdash \exists x(Fx) \rightarrow \exists x(Gx)$ "
- (g) " $\forall x(Fx \wedge Gx) \vdash \forall x(Fx) \wedge \forall x(Gx)$ "
- (h) " $\exists x(Fx) \vee \exists x(Gx) \vdash \exists x(Fx \vee Gx)$ "
- (i) " $\exists x(Fa \rightarrow Fx) \vdash Fa \rightarrow \exists x(Fx)$ "
- (j) " $\exists x(Fx) \rightarrow Fa \vdash \forall x(Fx \rightarrow Fa)$ "
- (k) " $\exists x \forall y(Rxy) \vdash \forall y \exists x(Rxy)$ "
- (l) " $\exists x \exists y(Rxy) \vdash \exists y \exists x(Rxy)$ "
- (m) " $\forall x(Fx \rightarrow Gx) \vdash \forall x(\exists y(Fy \wedge Rxy) \rightarrow \exists y(Gy \wedge Rxy))$ "
- (n) " $\exists x(Fx \wedge Gx), \exists x(Fx \wedge \forall y(Gy \rightarrow \neg Rxy)) \vdash \exists x(Fx \wedge \neg \forall y(Fy \rightarrow Rxy))$ "

2. (6 Punkte) Bestimmen Sie, ob folgende Anwendungen der Quantorenregeln für die natürliche Deduktion korrekt sind. Wenn sie es nicht sind, begründen Sie weshalb.

(a)

1	$\forall x \exists z (F x z \wedge G x z)$	$\vdash \forall x \exists z (F x z \wedge G x z)$	Prämisse
2	$\forall x \exists z (F x z \wedge G x z)$	$\vdash \exists z (F a a \wedge G a z)$	aus (1) mit (US)

(b)

1	$\forall x \exists z (F x z \wedge G x z)$	$\vdash \forall x \exists z (F x z \wedge G x z)$	Prämisse
2	$\forall x \exists z (F x z \wedge G x z)$	$\vdash \exists z (F a z \wedge G b z)$	aus (1) mit (US)

(c)

1	$F b a$	$\vdash F b a$	Prämisse
2	$F b a$	$\vdash \exists y (F b y)$	aus (1) mit (EG)

(d)

1	$\exists x (F x a)$	$\vdash \exists x (F x a)$	Prämisse
2	$\exists x (F x a)$	$\vdash \exists y \exists x (F x x)$	aus (1) mit (EG)

(e)

1	$F a b \rightarrow \forall x (G a x)$	$\vdash F a b \rightarrow \forall x (G a x)$	Prämisse
2	$F a b \rightarrow \forall x (G a x)$	$\vdash \forall y (F a y \rightarrow \forall x (G a x))$	aus (1) mit (UG)

(f)

1	$\exists x (F x a \wedge G b x)$	$\vdash \exists x (F x a \wedge G b x)$	Prämisse
2	$\exists x (F x a \wedge G b x)$	$\vdash F b a \wedge G b b$	aus (1) mit (ES)