Übungen 10
Einführungskurs Logik, Universität Bern, Sommersemester 2009
abzugeben vor Dienstag, dem 5.5.2009, 16h15

Name(n): ______________________________

Erzielte Punkte (in 6 Fragen mit insgesamt 20 Punkten): __________ Note: __________

1. (3 Punkte) Erklären Sie in eigenen Worten
   (a) was ein singulärer Term ist;
   (b) was ein offener Satz ist;
   (c) worin der Unterschied zwischen Gebrauch und Erwähnung besteht;
   (d) was ein formales axiomatisches System ist;
   (e) worin die Russellsche Analyse bestimmter Kennzeichnungen besteht;
   (f) welches die Fregesche Analyse informativer Identitätsbehauptungen ist.

2. (1 Punkt) Erklären Sie in Ihren eigenen Worten den Unterschied (i) zwischen Variablen und Individuenkonstanten und (ii) zwischen Eigennamen, indexikalischen Ausdrücken und bestimmten Kennzeichnungen.

3. (2 Punkte) Formalisieren Sie folgende Sätze:
   (a) "Es gibt nur drei Arten, Pasta zuzubereiten."
   (b) "Der Weihnachtsmann existiert nicht."
   (c) "Sam ist der intelligenteste Affe im Zoo."
   (d) "Ausser mir war nur Sam da."

4. (3 Punkte) Begründen Sie die Wahrheit der folgenden Sätze anhand der Definition der Gültigkeit in der Semantik der Prädikatenlogik:
   (a) "$\forall x(Fx \rightarrow Gx), \forall x(Gx \rightarrow \neg Hx) \models \forall x(Fx \rightarrow \neg Hx)$"
   (b) "$\forall x(Fx \rightarrow Gx) \models \neg\exists x(Fx \wedge \neg Gx)$"
   (c) "$\forall x(Fx \rightarrow Gx), \exists x(\neg Gx) \models \exists x(\neg Fx)$"

5. (7 Punkte) Formalisieren Sie (wobei Sie annehmen, der Individuenbereich sei die Gesamtheit aller Menschen):
   (a) Susi ist F.
   (b) Sam ist F.
   (c) Einige D sind F.
   (d) Jedes D ist F.
   (e) Nur D sind F.
   (f) Nicht nur D sind F.
   (g) Kein H ist F.
   (h) Alle F sind G ausser die, die H sind.
   (i) Einige H sind nicht F.
   (j) Sam ist nicht F.
   (k) Susi hat Sam getötet.
   (l) Jemand hat Sam getötet.
   (m) Sam hat jemanden getötet.
   (n) Jemand hat jemanden getötet.
   (o) Jemand hat sich getötet.
   (p) Niemand hat sich getötet.
   (q) Jemand hat alle getötet.
   (r) Jemand ist von allen getötet worden.
   (s) Es gibt ein S zwischen Sam und Susi.
   (t) Jeder Zöllner hasst einen Läufer.
   (u) Einige Läufer lieben jeden Zöllner.
   (v) Es gibt einen Läufer, den alle verrückten Zöllner hassen.
   (w) Einige C befinden sich zu keinem FD in der Beziehung P.
   (x) Einige C stehen in der Beziehung P nur zu jenen D, die nicht F sind.

6. (4 Punkte) Sei $\mathcal{L}^+$ die Sprache der Prädikatenlogik mit $\mathbf{I} = \{0\}$, $\mathbf{J} = \{0,1,2\}$, $\mathbf{K} = \{0,1\}$, $\lambda(0) = 2$, $\mu(0) = 1$, $\mu(1) = \mu(2) = 2$. Wir ersetzen die nicht-logischen Zeichen mit den folgenden:

$$\begin{array}{rcl} \ldots R_0 \cdots & \rightsquigarrow & \ldots \leq \cdots \\ f_0(\ldots) & \rightsquigarrow & - \ldots \\ f_1(\ldots, \cdots) & \rightsquigarrow & \ldots + \cdots \\ f_2(\ldots, \cdots) & \rightsquigarrow & \ldots \times \cdots \\ c_0 & \rightsquigarrow & 0 \\ c_1 & \rightsquigarrow & 1 \end{array}$$

Zusätzlich verwenden wir "$\ldots \neq \ldots$" als Abkürzung für "$\neg(\ldots = \ldots)$.

(a) Sind die folgenden Ausdrücke Terme von $\mathcal{L}^+$?

- (i) "0"
- (ii) "$x_1 + 1$"
- (iii) "$+x_1$"
- (iv) "$x_1 \times$"
- (v) "$x_1 \times (0 + 1)$"
- (vi) "2"

(b) Sind die folgenden Ausdrücke atomare Formeln von $\mathcal{L}^+$?

- (i′) "$x_1 + 1$"
- (ii′) "$0 + 0 \neq 1$"
- (iii′) "$(x_1 \leq 1) \neq 1$"
- (iv′) "$\forall x_1(x_1 \leq (0 + 1))$"
- (v′) "$0 + 1 \neq 0 \times 1$"
- (vi′) "$x_1 \leq 1$"

(c) Sind die folgenden Ausdrücke Formeln von $\mathcal{L}^+$?

- (i″) "0"
- (ii″) "$x_1 + 1 \leq x_1$"
- (iii″) "$\forall x_1(x_1 \times (0 + 1))$"
- (iv″) "$1 + (x_1 \times (0 + 1))$"
- (v″) "$(1 + 1) \wedge (0 \leq 1)$"
- (vi″) "$\forall x_1(x_1 \leq (0 + 1))$"

(d) In welchen der folgenden Ausdrücke von $\mathcal{L}^+$ kommt die Variable "x_1" frei vor?

- (i‴) "$x_1 + 1 \leq 1$"
- (ii‴) "$\forall x_1 \neg(x_1 \neq (0 + 1))$"
- (iii‴) "$\exists x_2(1 + (x_2 \times (0 + 1) \leq x_1))$"
- (iv‴) "$\forall x_1(0 \leq x_1) \wedge ((0 \leq 1) \vee 1 \neq x_1)$"
- (v‴) "$\forall x_1((0 \leq x_1) \to (1 \neq x_1))$"
- (vi‴) "$\forall x_2 \exists x_1 \neg(x_2 \leq x_1)$"