

Übungen II
 Einführungskurs Logik, Universität Bern, Sommersemester 2009
 abzugeben vor Dienstag, dem 12.5.2009, 16h15

Name(n): _____

Erzielte Punkte (in 4 Fragen mit insgesamt 20 Punkten): _____ Note: _____

1. (5 Punkte) Bestimmen Sie mittels der Baummethode, ob folgende Formeln gültig sind:
- (a) " $\forall x(Fx) \rightarrow \forall y(Fy)$ "
 - (b) " $\exists x\forall y(Rxy) \rightarrow \forall y\exists x(Rxy)$ "
 - (c) " $Ga \rightarrow (\forall x(Fx) \rightarrow \exists x(Fx))$ "
 - (d) " $\neg\exists y(Py) \rightarrow \forall y(Fy \rightarrow \exists xFx)$ "
 - (e) " $\forall x(Fx \rightarrow (Gx \wedge Hx)) \rightarrow \forall x((Fx \wedge Gx) \rightarrow Hx)$ "
2. (3 Punkte) Finden Sie mittels der Baummethode Modelle für die folgenden Formeln:
- (a) " $\exists x\forall y(Rxy) \wedge \exists x\exists y(\neg Rxy)$ "
 - (b) " $\forall x(\neg Sxx) \wedge \exists x\exists y\exists z(Sxy \wedge Syx \wedge \neg Sxz)$ "
 - (c) " $\forall x\exists y(Rxy) \wedge \forall x(\neg Rxx) \wedge \neg\forall x\forall y(Rxy \rightarrow Ryx)$ "
3. (6 Punkte) Überprüfen Sie die Gültigkeit folgender Formeln mittels der Baummethode. Beschreiben Sie (in natürlicher Sprache) Strukturen, in denen die Umkehrungen von (b) und (d) falsch sind.
- (a) " $\forall x(Fx \wedge Gx) \leftrightarrow (\forall x(Fx) \wedge \forall x(Gx))$ "
 - (b) " $(\forall xFx \vee \forall xGx) \rightarrow \forall x(Fx \vee Gx)$ "
 - (c) " $\exists x(Fx \vee Gx) \leftrightarrow (\exists x(Fx) \vee \exists x(Gx))$ "
 - (d) " $\exists x(Fx \wedge Gx) \rightarrow (\exists x(Fx) \wedge \exists x(Gx))$ "
4. (6 Punkte) Seien die folgenden Abkürzungen gegeben:
- | | | |
|---------|---|---|
| "p" für | $\forall x\forall y(Rxy \rightarrow Ryx)$ | ("die Relation R ist symmetrisch") |
| "q" für | $\forall x\forall y\forall z((Rxy \wedge Ryz) \rightarrow Rxz)$ | ("die Relation R ist transitiv") |
| "r" für | $\forall x\forall y(Rxy \rightarrow Rxx)$ | ("die Relation R ist reflexiv") |
| "s" für | $\forall x\exists y(Rxy)$ | ("die Relation R ist 'offen'") |
| "t" für | $\forall x\forall y(Rxy \rightarrow \neg Ryx)$ | ("die Relation R ist anti-symmetrisch") |
- (a) Beweisen Sie mittels der Baummethode folgende Behauptung:
- $$(p \wedge q) \rightarrow r \tag{1}$$
- (b) Zeigen Sie, dass es mit der Baummethode nicht möglich ist, für folgenden Satz ein Modell zu finden:
- $$\neg((q \wedge s \wedge t) \rightarrow \exists x\forall y(\neg Ryx)) \tag{2}$$
- (c) Beschreiben Sie eine Struktur, in der (2) wahr ist.