Übungen 13
Einführungskurs Logik, Universität Bern, Sommersemester 2009
abzugeben vor Dienstag, dem 19.5.2008, 16h15

Name(n): ______________________________

Erzielte Punkte (in 5 Fragen mit insgesamt 20 Punkten): __________ Note: __________

1. (6 Punkte) Formalisieren Sie die folgenden Argumente und beweisen Sie ihre Gültigkeit:
   (a) "Alle alten Männer sabbern. M Leroux ist ein alter Mann und ein Briefmarkensammler. Also gibt es sabbernde Briefmarkensammler."
   (b) "Keine Ente tanzt Tango. Kein Offizier enthält sich des Tangotanzens. Alle Bewohner meines Stalls sind Enten. Also bewohnt kein Offizier meinen Stall."
   (c) "Einige Frauen lieben Leo. Alle Männer lieben jede Frau. Da Leo ein Mann ist, gibt es jemanden, der Leo liebt und von ihm geliebt wird."
   (d) "Einige lieben niemanden, und niemand liebt jemanden, der sich nicht selber liebt. Also gibt es solche, die niemand liebt."
   (e) "Laura hat alle Länder der EU besucht ausser die Mittelmeerstaaten. Italien ist ein Land der EU, aber wurde noch nie von Laura besucht. Also ist Italien ein Mittelmeerstaat."
   (f) "Einige kritisieren jedes ungültige Argument. Niemand kritisiert ein überzeugendes Arguemnt. Also ist kein ungültiges Argument überzeugend."

2. (4 Punkte) Beweisen Sie folgende Formeln mit der Baummethode:
   (a) "$\exists x \forall y \exists z\ (Sxyz) \rightarrow \forall y \exists x \exists z\ (Sxyz)$"
   (b) "$\forall x\ (Fx \rightarrow Gx) \rightarrow (\exists x\ (Fx) \rightarrow \exists x\ (Gx))$"
   (c) "$(\forall x\ (Fx \rightarrow Hx) \wedge \forall x (Gx \rightarrow Hx) \wedge \forall x\ (Fx \vee Gx)) \rightarrow \forall x\ (Hx)$"
   (d) "$(\forall x \forall y (Rxy \rightarrow Ryx) \wedge \forall x \forall y \forall z ((Rxy \wedge Ryz) \rightarrow Rxz)) \rightarrow \forall x \forall y (Rxy \rightarrow Rxx)$"

3. (4 Punkte) Beweisen Sie folgende Sequenzen mit der Methode der natürlichen Deduktion:
   (a) "$\forall x ((Fx \vee Gx) \rightarrow Hx)\ ,\ \forall x \neg (Hx)\ \vdash\ \forall x \neg (Fx)$"
   (b) "$\exists x (Fx \wedge Gx)\ \vdash\ \exists x (Fx) \wedge \exists x (Gx)$"
   (c) "$\forall x (Fx \rightarrow Fa)\ \vdash\ \exists x (Fx) \rightarrow Fa$"
   (d) "$\exists x \forall y \exists z (Sxyz)\ \vdash\ \forall y \exists x \exists z (Sxyz)$"

4. (2 Punkte) Zeigen Sie, dass die folgenden Formeln keine Theoreme der Prädikatenlogik sind:
   (a) "$\forall x (Fx \vee Gx) \rightarrow (\forall x (Fx) \vee \forall x (Gx))$"
   (b) "$\forall x \exists y (Rxy) \rightarrow \exists y \forall x (Rxy)$"

5. (4 Punkte) Beweisen Sie folgende Äquivalenzen sowohl mit der Baummethode als auch mit der Methode der natürlichen Deduktion:
   (a) "$\exists x (Fx \wedge Gx) \dashv\vdash \neg \forall x (Fx \rightarrow \neg Gx)$"
   (b) "$\forall x (Fx \rightarrow \exists y (Gxy)) \dashv\vdash \forall x \exists y (Fx \rightarrow Gxy)$"