Übungen 5

Einführungskurs Logik, Universität Bern, Sommersemester 2009

abzugeben vor Dienstag, dem 24.3.2009, 16h15

Name(n): ______________________________

Erzielte Punkte (in 6 Fragen mit insgesamt 20 Punkten): __________ Note: __________

1. (a) (2 Punkte) Zeigen Sie (nicht unbedingt formal, aber bitte in expliziter Weise), dass eine wohlgeformte Formel ϕ eine Tautologie ist gdw. $\ulcorner\neg\phi\urcorner$ nicht erfüllbar ist.

   (b) Zeigen Sie (nicht unbedingt formal, aber bitte in expliziter Weise), dass eine wohlgeformte Formel ϕ erfüllbar ist gdw. $\ulcorner\neg\phi\urcorner$ nicht eine Tautologie ist.

2. (2 Punkte) Formulieren Sie zwei Baum-Konstruktionsregeln für den Schefferstrich und rechtfertigen Sie (nicht unbedingt formal) ihre Gültigkeit.

3. (2 Punkte) Zeigen Sie, wie sich "$\wedge$", "$\rightarrow$" und "$\leftrightarrow$" durch "$\vee$" und "$\neg$" definieren lassen.

4. (4 Punkte) Beweisen Sie mittels der Baummethode folgende Sätze:

   (a) "$p \rightarrow \neg\neg p$"

   (b) "$(p \rightarrow q) \leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$"

   (c) "$(p \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg p$"

   (d) "$(p \wedge (p \vee q)) \leftrightarrow p$"

5. (6 Punkte) Sei "A" der Name eines Schlusses:

(a) Wenn alle Prämissen und die Konklusion von A wahr sind, lässt sich daraus entweder logisch schliessen, dass A gültig ist, oder lässt sich schliessen, dass A nicht gültig ist?

(b) Wenn alle Prämissen von A wahr sind und die Konklusion falsch ist, lässt sich daraus entweder logisch schliessen, dass A gültig ist, oder lässt sich schliessen, dass A nicht gültig ist?

(c) Wenn mindestens eine der Prämissen von A falsch ist und die Konklusion wahr, lässt sich daraus entweder logisch schliessen, dass A gültig ist, oder lässt sich schliessen, dass A nicht gültig ist?

(d) Wenn mindestens eine der Prämissen von A falsch ist, und die Konklusion ebenfalls falsch, lässt sich daraus entweder logisch schliessen, dass A gültig ist, oder lässt sich schliessen, dass A nicht gültig ist?

(e) Wenn die Prämissen von A mit der Konklusion konsistent sind, ist es dann möglich, dass A nicht gültig ist?

(f) Wenn die Prämissen von A inkonsistent sind und die Konklusion falsch ist, ist es dann möglich, dass A nicht gültig ist?

(g) Wenn die einzige Prämisse von A eine logische Wahrheit und die Konklusion wahr ist, ist es dann möglich, dass A nicht gültig ist?

(h) Wenn die Prämissen von A untereinander konsistent sind und die Konklusion falsch ist, ist es dann noch möglich, dass A gültig ist?

(i) Wenn die Konklusion von A mit den Prämissen inkonsistent ist, ist es dann noch möglich, dass A gültig ist?

(j) Wenn die Konklusion von A mit den Prämissen inkonsistent ist und die Prämissen untereinander konsistent sind, ist es dann noch möglich, dass A gültig ist?

(k) Wenn die Negation der Konklusion von A mit einer der Prämissen konsistent ist, ist es dann noch möglich, dass A gültig ist?

(l) Wenn die Negation der Konklusion von A mit der Negation einer der Prämissen inkonsistent ist, ist es dann noch möglich, dass A gültig ist?

(m) Wenn die Negation der Konklusion von A mit der Negation einer der Prämissen inkonsistent ist, und A ohne diese Prämisse nicht gültig wäre, ist es dann noch möglich, dass A gültig ist?

6. (4 Punkte) Bestimmen Sie mittels der Baummethode die Wahrheitswerte der folgenden Sätze:

(a) "$\{(p \to q) \to r \ , \ \neg q \to \neg p\} \ \models r$"

(b) "$\{(p \vee \neg q) \wedge q \ , \ (p \vee ((r \to p) \wedge r)) \to r\} \ \models q \to r$"

(c) "$\{p \to q \ , \ p \to \neg q\} \ \models \neg p$"

(d) "$\{p \wedge (r \vee q) \ , \ \neg q \to \neg p\} \ \models p \wedge r$"