Übungen 7

Einführungskurs Logik, Universität Bern, Sommersemester 2009

abzugeben vor Dienstag, dem 7.4.2009, 16h15

Name(n): ______________________________

Erzielte Punkte (in 6 Fragen mit insgesamt 20 Punkten): __________ Note: __________

1. (6 Punkte) Formalisieren Sie die folgenden Argumente und zeigen Sie mittels der Methode der natürlichen Deduktion, dass die Schlüsse – so formalisiert – gültig sind:

   (a) "Sollte das ungeborene Kind eine Person sein, hat es ein Recht auf Leben. Wenn das ungeborene Kind ein Recht auf Leben hat, ist es falsch zu behaupten, jemand habe das Recht, ihm das Leben zu nehmen. Wenn nun aber die Abtreibung moralisch gerechtfertigt ist, dann hat jemand ein Recht, dem ungeborenen Kind das Leben zu nehmen. Wenn also das ungeborene Kind eine Person ist, ist Abtreibung nicht moralisch gerechtfertigt."

   (b) "Wenn die Existenz Gottes wahrscheinlich wäre, wäre die Behauptung, Er existiere, eine empirische. In diesem Fall wäre es möglich, sie anderen empirischen Behauptungen hinzuzufügen und dann daraus Konklusionen abzuleiten, die aus diesen anderen empirischen Behauptungen allein nicht ableitbar sind. Aber dies ist in der Tat nicht möglich. Also ist es nicht der Fall, dass die Existenz Gottes wahrscheinlich ist." (A.J. Ayer, "Language, Truth, and Logic")

   (c) "Wenn ich an Gott glaube, gewinne ich, wenn Er existiere, und verliere nicht, wenn Er nicht existiert. Wenn ich nicht an Gott glaube, verliere ich, wenn Er existiert, und gewinne nichts, wenn Er nicht existiert. Daraus folgt, dass ich, wenn ich an Ihn glaube, entweder gewinne oder jedenfalls nicht verliere; wenn ich aber nicht an Ihn glaube, dann verliere ich oder gewinne nichts." (Pascals Wette auf die Existenz Gottes; Achtung: "nichts gewinnen" ist hier nicht synonym mit "verlieren"!)

2. (2 Punkte) Überprüfen Sie mittels Wahrheitswerttabellen, ob die folgenden Formeln Tautologien sind:

   (a) "$p \rightarrow \neg\neg p$"

   (b) "$(p \rightarrow (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r))$"

   (c) "$\neg(\neg p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \neg q)$"

   (d) "$(p \rightarrow \neg p) \leftrightarrow \neg p$"

3. (2 Punkte) Formulieren Sie die Distributivitätsgesetze und zeigen Sie mittels Wahrheitswerttabellen ihre Korrektheit.

4. (2 Punkte) Wenn $\psi$ eine Tautologie ist, ist auch $\ulcorner\phi \to \psi\urcorner$ eine. Zeigen Sie, dass die Umkehrung nicht gilt, d.h. dass es nicht der Fall ist, dass, wenn $\ulcorner\phi \to \psi\urcorner$ eine Tautologie ist, dann auch $\psi$ eine ist.

5. (6 Punkte) Beweisen Sie mittels der Methode der natürlichen Deduktion folgende Aussagen:
   (a) "$p\ ,\ p \to q\ ,\ p \to r\ \vdash\ q \wedge r$"
   (b) "$\neg p \wedge q\ \vdash\ p \to r$"
   (c) "$p \vee p\ \vdash\ p$"
   (d) "$\vdash\ (p \to q) \to (p \to (q \vee r))$"
   (e) "$p \to (\neg\neg p \to q)\ , \neg q\ \vdash\ \neg p$"
   (f) "$p \to \neg p\ \vdash\ \neg p$"

6. (2 Punkte) Beweisen Sie mittels der Baummethode folgende Aussagen:
   (a) "$(p \to \neg r) \wedge q\ ,\ q \to ((p \wedge r) \vee ((r \to \neg p) \to r))\ \vdash r$"
   (b) "$\vdash \neg(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow \neg q)$"