Kleines Reisevokabular der Sprache der Mathematik

Einführungskurs Logik, Universität Bern, Frühlingssemester 2008

handout zur Sitzung vom 11.3.08

Philipp Keller
philipp.keller@lettres.unige.ch

Beispiel eines Beweises

Theorem 1. *Es gibt transzendente (= nicht-rationale) Zahlen a und b so, dass a^b eine rationale Zahl ist.*

Beweis Betrachten wir die reelle Zahl $c := \sqrt{2}^{\sqrt{2}}$. Entweder $c \in \mathbb{Q}$ (c ist rational) oder $c \notin \mathbb{Q}$ (c ist transzendent). Wir zeigen, dass es in beiden Fällen transzendentale Zahlen a und b gibt so, dass a^b rational ist.

1. $c \in \mathbb{Q}$. Alors nous mettons $a := \sqrt{2}$ et $b := \sqrt{2}$, comme $\sqrt{2}$ est transcendant. Nous avons : $a^b = \sqrt{2}^{\sqrt{2}} = c$, ce qui, sous cette supposition, est un nombre rationnel.
2. $c \notin \mathbb{Q}$. Alors nous mettons $a := c$ et $b := \sqrt{2}$, comme c et $\sqrt{2}$ sont transcendants. Nous avons :

$$a^b = (\sqrt{2}^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = (\sqrt{2})^{(\sqrt{2} \cdot \sqrt{2})} = (\sqrt{2})^2 = 2$$

   Comme $a^b = 2$ et 2 est un nombre rationnel, l'affirmation qui est à prouver est également vraie dans ce dernier cas. □

2. BSP Mathematische Induktion

Ein bisschen Mengenlehre

Pour dire qu'un certain chat, Simone, appartient à l'ensemble, nous écrivons "Simone $\in$ $\{x|x$ est vert$\}$", ce qui est une autre manière de dire que Simone est vert. Nous effectuons un certain nombre d'opération avec des ensembles, également représentées par des signes mathématiques. Pour désiger l'ensemble de toutes les choses qui sont soit vertes soit rouges, nous écrivons "$\{x|x$ est vert$\}$ $\cup$ $\{x|x$ est rouge$\}$", où "$\cup$" est le signe pour l'*union* de ces deux ensembles. Pour parler des choses qui sont vertes *et* rouges, nous utilisons "$\{x|x$ est vert$\}$ $\cap$ $\{x|x$ est rouge$\}$" ("$\cap$" est le signe d'*intersection*), ce qui est l'ensemble vide, désigné par "$\emptyset$".

Relationen und Funktionen

Die Zermelo-Fraenkel-Cantor Axiome der Mengenlehre

Die Dedekind-Peano Axiome der Arithmetik