Übungen 12

Einführungskurs Logik, Universität Bern, Frühlingssemester 2012

abzugeben vor Montag, dem 21.5.2012, 14h15

Name(n): _____

Erzielte Punkte (in 2 Fragen mit insgesamt 20 Punkten): _____ Note: _____

1. (14 Punkte) Beweisen Sie folgende Sequenzen mit der Methode der natürlichen Deduktion:
   (a) "$\forall x(Fx \to \neg Gx)\ ,\ \forall x(Hx \to Gx)\ \vdash\ \forall x(Fx \to \neg Hx)$"
   (b) "$\forall x(Gx \to \neg Fx)\ ,\ \forall x(Hx \to Gx)\ \vdash\ \forall x(Fx \to \neg Hx)$"
   (c) "$\forall x(Fx \to Gx)\ \vdash\ \forall x(Fx) \to \forall x(Gx)$"
   (d) "$\forall x(Gx \to \neg Hx)\ ,\ \exists x(Fx \wedge Gx)\ \vdash\ \exists x(Fx \wedge \neg Hx)$"
   (e) "$\forall x(Hx \to Gx)\ ,\ \exists x(Fx \wedge \neg Gx)\ \vdash\ \exists x(Fx \wedge \neg Hx)$"
   (f) "$\forall x(Fx \to Gx)\ \vdash\ \exists x(Fx) \to \exists x(Gx)$"
   (g) "$\forall x(Fx \wedge Gx)\ \vdash\ \forall x(Fx) \wedge \forall x(Gx)$"
   (h) "$\exists x(Fx) \vee \exists x(Gx)\ \vdash\ \exists x(Fx \vee Gx)$"
   (i) "$\exists x(Fa \to Fx)\ \vdash\ Fa \to \exists x(Fx)$"
   (j) "$\exists x(Fx) \to Fa\ \vdash\ \forall x(Fx \to Fa)$"
   (k) "$\exists x \forall y(Rxy) \vdash \forall y \exists x(Rxy)$"
   (l) "$\exists x \exists y(Rxy)\ \vdash\ \exists y \exists x(Rxy)$"
   (m) "$\forall x(Fx \to Gx)\ \vdash\ \forall x(\exists y(Fy \wedge Rxy) \to \exists y(Gy \wedge Rxy))$"
   (n) "$\exists x(Fx \wedge Gx)\ ,\ \exists x(Fx \wedge \forall y(Gy \to \neg Rxy))\ \vdash\ \exists x(Fx \wedge \neg \forall y(Fy \to Rxy))$"

2. (6 Punkte) Bestimmen Sie, ob folgende Anwendungen der Quantorenregeln für die natürliche Deduktion korrekt sind. Wenn sie es nicht sind, begründen Sie weshalb.

(a)

1	$\forall x \exists z(Fxz \wedge Gxz)$	$\vdash \forall x \exists z(Fxz \wedge Gxz)$	Prämisse
2	$\forall x \exists z(Fxz \wedge Gxz)$	$\vdash \exists z(Faa \wedge Gaz)$	aus (1) mit (US)

(b)

1	$\forall x \exists z(Fxz \wedge Gxz)$	$\vdash \forall x \exists z(Fxz \wedge Gxz)$	Prämisse
2	$\forall x \exists z(Fxz \wedge Gxz)$	$\vdash \exists z(Faz \wedge Gbz)$	aus (1) mit (US)

(c)

1	Fba	$\vdash Fba$	Prämisse
2	Fba	$\vdash \exists y(Fby)$	aus (1) mit (EG)

(d)

1	$\exists x(Fxa)$	$\vdash \exists x(Fxa)$	Prämisse
2	$\exists x(Fxa)$	$\vdash \exists y \exists x(Fxx)$	aus (1) mit (EG)

(e)

1	$Fab \rightarrow \forall x(Gax)$	$\vdash Fab \rightarrow \forall x(Gax)$	Prämisse
2	$Fab \rightarrow \forall x(Gax)$	$\vdash \forall y(Fay \rightarrow \forall x(Gax))$	aus (1) mit (UG)

(f)

1	$\exists x(Fxa \wedge Gbx)$	$\vdash \exists x(Fxa \wedge Gbx)$	Prämisse
2	$\exists x(Fxa \wedge Gbx)$	$\vdash Fba \wedge Gbb$	aus (1) mit (ES)