

Exercices 4
 Cours d'introduction à la logique, semestre d'hiver 2005-2006
 A rendre avant le lundi 28 novembre, 10 h

Nom(s) : _____

Points obtenus (dans 7 questions avec un total de 20 points) : _____

1. (3 points) Insérez les concepts suivants dans une colonne du tableau : “formule bien formée”, “tautologie”, “validité” (la conclusion ne peut pas être fausse si les prémisses sont vraies), “règle d’inférence”, “vérité”, “actes de parole” (question, promesse, ordre etc.), “la différence entre “et” et “mais”” (le fait que le deuxième, mais pas le premier, indique un contraste), “vouloir dire” (comme dans “qu’a-t-il voulu dire en secouant la tête?”), “axiome”, “preuve”, “conséquence (sémantique)”, “contexte”.

syntaxe	sémantique	pragmatique

2. (2 points) Aristote, dans la *Métaphysique* Λ 9 dit :

Soit l’intelligence divine pense, soit elle ne pense rien. Or si elle ne pense rien, elle est dans un état semblable au sommeil, mais c’est là chose contraire à sa dignité. Par ailleurs, si elle pense, alors soit elle se pense elle-même, soit elle pense quelque autre chose. Mais il est absurde qu’autre chose soit objet de sa pensée. Donc elle pense, et elle se pense elle-même.

Formalisez les quatre premières phrases à l’aide de quatre propositions simples, de manière à ce que la dernière phrase s’ensuive des quatre prémisses. Vous avez le droit d’utiliser les inférences dont vous avez démontrées la validité en réponse à la quatrième question de la troisième série d’exercices.

3. (2 points) Si “ ϕ ” est un nom pour la proposition “Si j’étudie la logique, je serai heureux et sage” et si ψ est la proposition “J’étudie la logique”, quelle est la proposition désignée par $\lceil \phi \vee \neg \psi \rceil$? Quelle est la proposition désignée par “Je serai heureux et sage” est une conséquence logique de ϕ et de ψ ?

4. (1 point) Montrez que l'ensemble de formules propositionnelles $\{ \neg p \wedge \neg q, p \wedge \neg q, p \rightarrow q, p \vee q \}$ forme un carré d'opposition.

5. (2 points) Lesquelles des assertions suivantes sont vraies ?

- (a) Aucune inférence valide n'a de conclusion fausse.
- (b) Toute inférence ayant une conclusion vraie est valide.
- (c) Toute inférence valide contient au moins une prémisse.
- (d) Aucune inférence valide n'a que des prémisses vraies et une conclusion fausse.
- (e) Il y a des inférences valides qui n'ont que des prémisses vraies et une conclusion fausse.
- (f) Toute inférence ayant des prémisses contradictoires est valide.

6. (2 points) Considérez le connecteur binaire " \downarrow " défini comme suit :

p	q	$p \downarrow q$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

On voit donc que " $p \downarrow q$ " est équivalent à " $\neg p \wedge \neg q$ ". Montrez de quelle manière il est possible d'ajouter ce connecteur à \mathcal{L} et comment, dans ce nouveau langage, on peut définir " \neg ", " \wedge ", " \vee ", " \rightarrow " et " \leftrightarrow " en termes de " \downarrow " (utilisez les lois de Morgan!).

7. (8 points) Montrez que les propositions suivantes sont des théorèmes de HC :

- (a) " $(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)$ "
- (b) " $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ "
- (c) " $(p \vee q) \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$ "
- (d) " $p \rightarrow (q \rightarrow (p \vee r))$ "