

# La syllogistique

Cours d'introduction à la logique et à la philosophie du langage au semestre d'hiver 2005-2006

Philipp Keller

philipp.keller@lettres.unige.ch

À lire pour le cours du 19 décembre 2005

## I La syllogistique

Nous avons vu que la logique propositionnelle ne nous permet pas de reconnaître la validité des inférences comme

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Tous les hommes sont mortels.} \\ \text{Tous les philosophes sont des hommes.} \end{array}}{\text{Tous les philosophes sont mortels.}} \quad (\text{I})$$

La première étape vers une formalisation des inférences telles que (I) a été faite dans la logique traditionnelle, appelée 'syllogistique', dérivée des oeuvres d'Aristote, en particulier de son traité *De l'interprétation*. La syllogistique a dominé la logique pendant plus de 2000 ans.<sup>1</sup> Kant pensait que la logique était sortie "close et achevée" ("geschlossen und vollendet", *Critique de la raison pure*, BVIII) du cerveau d'Aristote et ce ne fut qu'avec Frege que l'on eut la preuve de son erreur.

La syllogistique distingue quatre formes de propositions 'catégorielles', une proposition catégorielle étant composée d'un sujet, de la copule et d'un prédicat.

$SaP$	$SiP$	$SeP$	$SoP$
"tous les $S$ sont $P$ "	"quelques $S$ sont $P$ "	"Aucun $S$ n'est $P$ "	"Quelques $S$ ne sont pas $P$ "
"tous les philosophes sont mortels"	"quelques chats sont des animaux"	"Aucun homme n'est blanc."	"Quelques chats ne sont pas jolis."
jugement affirmatif jugement général	jugement affirmatif jugement particulier	jugement négatif jugement général	jugement négatif jugement particulier

Les quatre types  $a, i, o, e$  (qu'on peut s'imaginer dérivés de "affirmo" ("je maintiens") et "nego" ("je conteste")) se distinguent par les relations qui subsistent entre les objets tombant sous le concept de sujet " $S$ " (son extension) et ceux qui tombent sous le concept de prédicat " $P$ ": dans le cas d'un jugement général affirmatif (" $SaP$ "), cette relation est celle d'inclusion, dans le cas d'un jugement particulier affirmatif (" $SiP$ ") intersection, dans le cas d'un jugement général négatif (" $SeP$ "), les extensions sont disjointes, et dans le cas d'un jugement particulier négatif (" $SoP$ ") non-inclusion.<sup>2</sup> Il importe peu, en

<sup>1</sup>Il y avait néanmoins d'autres traditions. Les Stoïciens, Petrus Hispanus et Duns Scot ont étudié la logique propositionnelle, par exemple.

<sup>2</sup>Si nous utilisons "ext( $S$ )" pour désigner l'extension de " $S$ ", nous pouvons représenter ces quatre relations ainsi :

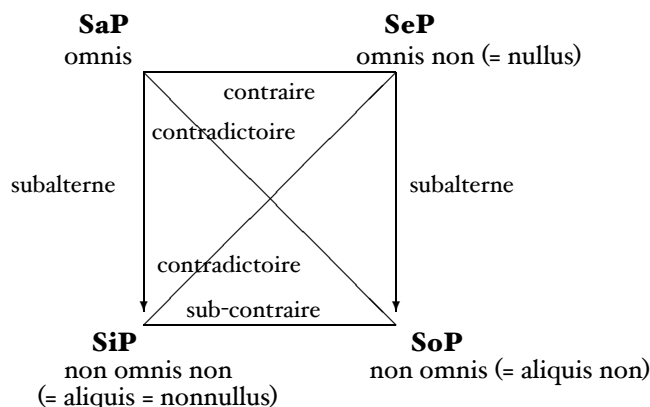
<b>SaP</b>	$\iff$	$\text{ext}(S) \subset \text{ext}(P)$
<b>SiP</b>	$\iff$	$\text{ext}(S) \cap \text{ext}(P) \neq \emptyset$
<b>SeP</b>	$\iff$	$\text{ext}(S) \cap \text{ext}(P) = \emptyset$
<b>SoP</b>	$\iff$	$\text{ext}(S) \not\subset \text{ext}(P) \iff \text{ext}(S) \cap \text{ext}(P) \neq \text{ext}(S)$

conséquence, que nous utilisons ordinairement le pluriel pour exprimer les jugements des types **i** et **o** : pour que “quelques pingouins sont heureux” soit vraie, par exemple, il suffit qu’un seul pingouin soit heureux.

Nous voyons donc que seules les extensions comptent : d’autres manières d’exprimer une proposition catégorielle du type *SaP* seraient “Tout ce qui est *S* est *P*”, “Chaque *S* est un *P*”, “Les *S* sont *P* sans exception”, “Seulement des *P* sont des *S*”. Pour exprimer une relation du type *SiP*, on peut dire “Quelque chose est et un *S* et un *P*”, “Il y a des *S* qui sont *P*”, “Il y a des *SP*” (des pingouins heureux, par exemple). Pour un jugement général négatif (*SeP*), on peut dire “Aucune chose est et un *S* et un *P*”, “Rien de *S* est *P*”, “Les *SP* n’existent pas” (les pingouins heureux, par exemple).

Afin de formaliser le maximum de propositions sous une forme catégorielle, on peut souvent se servir de re-formulations. “Je ne vais nulle part en avion où je peux aller en train”, par exemple, peut être reformulée comme ayant la forme *SeP* : “aucune place où je vais par avion est telle que je peux y aller en train”. La phrase “Tout le monde dans la salle parle français” devient “toutes les personnes dans la salle sont des locuteurs du français” (*SaP*), “Je veux aller où tu vas” devient “Toute place où tu vas est une place où je veux aller aussi” (*SaP*) et “quand il pleut, la rue est mouillée” devient “tout instant où il pleut est un instant où la rue est mouillée” (*SaP*). Parfois cette transformation est loin d’être évidente, comme le montre la transformation de “Je l’ai connu avant qu’il ne se soit ruiné” en “Quelques instants avant qu’il ne se soit ruiné sont des instant où je l’ai connu”. Il n’y a pas non plus de règle générale, comme le montre le fait que “Un chevalier est présent” est clairement de la forme *SiP*, bien que “Un irlandais est roux” émette probablement un jugement du type *SaP*.

Les quatre types de jugements catégoriels se trouvent dans un carré d’oppositions :



Il est également possible de définir les relations d’identité, d’inclusion, d’intersection et d’union entre des ensembles par des formules logiques :

$$\begin{aligned}
 A = B &\iff \forall x(x \in A \leftrightarrow x \in B) \\
 A \subset B &\iff \forall x(x \in A \rightarrow x \in B) \\
 A \cup B = C &\iff \forall x(x \in C \leftrightarrow (x \in A \vee x \in B)) \\
 A \cap B = C &\iff \forall x(x \in C \leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B))
 \end{aligned}$$

Nous pouvons définir une ‘négation’ comme suit (strictement, on devrait présupposer qu’il y ait un ensemble *X* dont toutes les ensembles considérés sont des sous-ensembles) :

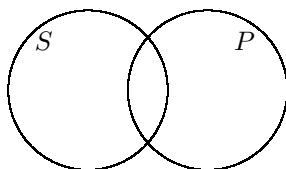
$$\overline{A} = B \iff \forall x(x \in B \leftrightarrow x \notin A)$$

Nous avons alors un équivalent des lois de De Morgan :

$$\begin{aligned}
 A \cup B &\iff \overline{\overline{A} \cap \overline{B}} \\
 A \cap B &\iff \overline{\overline{A} \cup \overline{B}}
 \end{aligned}$$

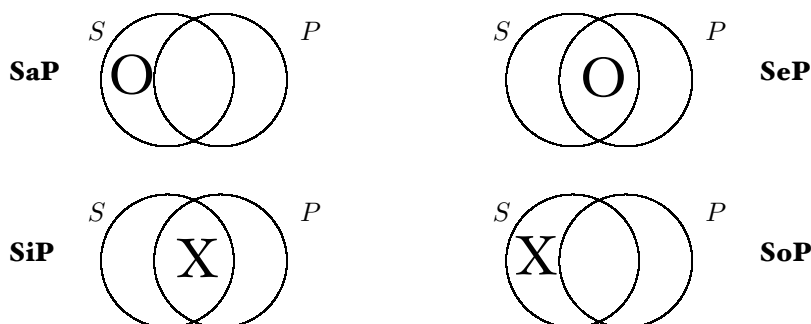
Comme dans le cas des carrés d'oppositions pour la logique propositionnelle, la relation de contradiction implique que l'une des propositions qu'elle relie est la négation de l'autre. Les propositions contraires, cependant, se distinguent par une négation interne : elles ne peuvent pas toutes les deux être vraies, mais elles peuvent être toutes les deux fausses : il n'est pas possible que tous les  $S$  soient  $P$  et qu'il ne soit pas le cas que tous les  $S$  soient des  $P$  (au moins s'il y a des  $S$ ), mais il est possible qu'il y ait des  $S$  qui soient des  $P$  (et donc que "tous les  $S$  ne sont pas des  $P$ " soit fausse) et des  $S$  qui ne soient pas des  $P$  (et donc que "tous les  $S$  sont des  $P$ " soit également fausse). La relation de subalternation est simplement la relation de conséquence : si tous les  $S$  sont  $P$  (et s'il y a des  $S$ ), alors il n'est pas vrai qu'il n'est pas le cas qu'aucun  $S$  n'est  $P$  ; si aucun  $S$  n'est  $P$  (et s'il y a des  $S$ ), alors il n'est pas le cas que tous les  $S$  soient  $P$ . La sub-contrariété, finalement, correspond à la vérité logique (= validité) de la disjonction. S'il y a des  $S$  (ce qui est présupposé tout le long), alors un exemplaire particulier de ces  $S$  est ou bien  $P$  ou bien il n'est pas  $P$ . S'il est  $P$ , alors il n'est pas vrai qu'aucun  $S$  ne soit  $P$  ; s'il n'est pas  $P$ , alors il n'est pas vrai que tous les  $S$  soient  $P$ . Alors au moins une des deux possibilités "non omnis non" ou "non omnis" est vraie.

Nous pouvons symboliser les quatre types de propositions catégorielles par des diagrammes, appelés "diagrammes de Venn" introduit par John Venn. Les diagrammes de Venn nous permettent de symboliser des relations entre des extensions :



Ce diagramme nous montre une répartition de toutes les choses en quatre classes : les choses qui sont  $S$  et  $P$  et se trouvent dans l'intersection des deux cercles, les choses qui sont  $S$  mais qui ne sont pas  $P$  et qui se trouvent dans la partie du cercle de gauche qui a la forme de la lune, choses qui sont  $P$  mais qui ne sont pas  $S$  et qui se trouvent dans la partie droite du cercle à droite et enfin des choses qui ne sont ni des  $S$  ni des  $P$  et qui se trouvent en dehors des deux cercles.

Dans ce diagramme, les quatre formes catégorielles sont représentées comme suit :



Le grand "O" signifie que la partie dans laquelle il se trouve est vide : qu'il n'y a rien qui ne soit  $S$  mais pas  $P$  dans le cas  $SaP$  et qu'il n'y a rien qui ne soit  $S$  et  $P$  dans le cas  $SeP$ . Le grand "X" signifie que la partie dans laquelle il se trouve n'est pas vide : qu'il y a des choses qui sont  $S$  et  $P$  dans le cas  $SiP$  et qu'il y a des choses qui sont  $S$ , mais qui ne sont pas  $P$  dans le cas  $SoP$ .

Que  $SaP$  et  $SoP$ , et également  $SiP$  et  $SeP$ , forment des paires contradictoires se montre par le fait que le diagramme du premier a un "X" où celui du deuxième a un "O" et vice versa. La contrariété de  $SaP$  et  $SeP$  vient du fait que le cercle  $S$  devient vide si on combine les deux "O" dans un diagramme ; et la sub-contrariété de  $SiP$  et  $SoP$  réside dans le fait qu'il n'y a aucun  $S$  si les deux sont fausses. Dans la syllogistique classique, il est toujours présupposé que les extensions des termes généraux considérés ne sont pas vides.

La syllogistique ne distingue les propositions catégorielles que par leur qualité (affirmative ou négative) et par leur quantité (générale ou particulière). Néanmoins, elle est capable de formaliser un bon nombre d'inférences intuitivement valides.

## 2 Les formes valides du raisonnement syllogistique

La syllogistique distingue les inférences directes des inférences indirectes. Les inférences directes n'ont qu'une seule prémisse. Les voici :

<b>'Conversio simplex'</b>	$\frac{\mathbf{AiB}}{\mathbf{BiA}}$	$\frac{\mathbf{AeB}}{\mathbf{BeA}}$		
<b>'Conversio per accidens'</b>	$\frac{\mathbf{AaB}}{\mathbf{BiA}}$	$\frac{\mathbf{AeB}}{\mathbf{BoA}}$		
<b>'Conversio per contrapositionem'</b>		$\frac{\mathbf{AaB}}{\overline{\mathbf{(B)a(A)}}$	$\frac{\mathbf{AoB}}{\overline{\mathbf{(B)o(A)}}$	
<b>"Réduction de quantité"</b>		$\frac{\mathbf{AaB}}{\mathbf{AiB}}$	$\frac{\mathbf{AeB}}{\mathbf{AoB}}$	
<b>'obversio'</b>	$\frac{\mathbf{AaB}}{\mathbf{Ae(B)}}$	$\frac{\mathbf{AiB}}{\mathbf{Ao(B)}}$	$\frac{\mathbf{AeB}}{\mathbf{Aa(B)}}$	$\frac{\mathbf{AoB}}{\mathbf{Ai(B)}}$

L'expression " $\overline{A}$ " dénote la 'négation' du terme général " $A$ ", c'est-à-dire l'expression qui a comme extension le complément de l'extension de " $A$ ". "pingouin", par exemple, a comme extension tous les non-pingouin, c'est-à-dire toutes les choses qui ne sont pas des pingouins.

La validité de ces inférences directes (toujours sous la supposition que les cercles ne deviennent pas vides !) peut être vérifiée à l'aide des diagrammes. La 'conversio simplex', par exemple, correspond au fait que les diagrammes pour  $SiP$  et  $SeP$  sont symétriques (on peut changer les dénominations " $S$ " et " $P$ " sans changer ce que nous dit le diagramme), la 'réduction de quantité' au fait que les cercles ne deviennent jamais vides etc.

Les inférences indirectes consistent en deux prémisses – une prémisse majeure ('praemissa maior') et une prémisse mineure ('praemissa minor') – et une conclusion qui contiennent au total trois termes généraux, le sujet " $S$ " de la conclusion (= 'terminus minor'), le prédicat " $P$ " de la conclusion (= 'terminus maior') et le concept 'moyen' " $M$ ". Elles se distinguent en quatre 'figures' :

	première figure	deuxième figure	troisième figure	quatrième figure
praemissa maior	$M P$	$P M$	$M P$	$P M$
praemissa minor	$S M$	$S M$	$M S$	$M S$
conclusio	$S P$	$S P$	$S P$	$S P$

Puisqu'on a quatre possibilités pour relier " $S$ " à " $P$ " (et " $M$ " à " $S$ " etc.) – à savoir  $a, i, o$  et  $e-$ , on obtient pour chaque figure 64 (=  $4 \cdot 4 \cdot 4$ ) 'modes'. De ces 256 modes (64 par figure), tous ne sont pas valides ; il n'y a que 24 modes qui sont valides, 19 dits 'forts' et 5 dits 'faibles' (un mode est appelé 'faible' si la conclusion est plus faible qu'elle ne devrait l'être étant donné les prémisses). Pour la première figure, on a 4 modes forts valides :

<b>a-a-a</b> "Barbara"	<b>e-a-e</b> "Celarent"
Tous les hommes sont mortels. Tous les philosophes sont des hommes. Tous les philosophes sont mortels.	Aucune martre n'est un ours. Toutes les outres sont des martres. Aucune outre n'est un ours.
<b>a-i-i</b> "Darii"	<b>e-i-o</b> "Ferio"
Tous les ours polaires sont blancs. Quelques ours sont des ours polaires. Quelques ours sont blancs.	Aucun griffon n'est un basset. Quelques chiens sont des griffons. Quelques chiens ne sont pas des bassets.

Les noms comme "Barbara" (pour l'inférence qui correspond au schéma **a-a-a**) ont été inventés au Moyen Âge. Pour la deuxième figure, on a également quatre modes forts qui sont valides :

<b>e-a-e</b> "Cesare"	<b>a-e-e</b> "Camestres"
Aucun mammifère n'est un oiseau. Tous les vautours sont des oiseaux. Aucun vautour n'est un mammifère.	Tous les vautours sont des oiseaux. Aucun mammifère n'est un oiseau. Aucun mammifère n'est un vautour.
<b>e-i-o</b> "Festino"	<b>a-o-o</b> "Baroco"
Aucun vautour n'est un basset. Quelques chiens sont des bassets. Quelques chiens ne sont pas des vautours.	Tous les bassets sont des chiens. Quelques chats ne sont pas des chiens. Quelques chats ne sont pas des bassets.

Il y a six modes forts valides pour la troisième figure :

<b>a-a-i</b> "Darapti"	<b>e-a-o</b> "Felapton"
Tous les bassets sont mortels. Tous les bassets sont des chiens. Quelques chiens sont mortels.	Aucune martre n'est un ours. Toutes martres sont des chiens. Quelques chiens ne sont pas des ours.
<b>i-a-i</b> "Disamis"	<b>a-i-i</b> "Datisi"
Tous les ours polaires sont blancs. Tous les ours polaires sont des ours. Quelques ours sont blancs.	Tous les chiens sont mortels. Quelques chiens sont des griffons. Quelques griffons sont mortels.
<b>o-a-o</b> "Bocardo"	<b>e-i-o</b> "Ferison"
Quelques chiens ne sont pas des griffons. Tous les chiens sont animaux. Quelques animaux ne sont pas des griffons.	Aucun chien n'est un oiseau. Quelques chiens sont des griffons. Quelques chiens ne sont pas des oiseaux.

Il y a cinq modes forts valides pour la quatrième figure :

<b>a-a-i</b> "Bamalip"	<b>a-e-e</b> "Calemes"
Tous les bassets sont des chiens. Tous les chiens sont des mammifères. Quelques mammifères sont des bassets.	Toutes les martres sont des chiens. Aucun chien est un poisson. Aucun poisson est une martre.

<b>i-a-i</b> "Dimatis"	<b>e-a-o</b> "Fesapo"
Quelques chiens sont des bassets. Tous les bassets sont des mammifères. Quelques mammifères sont des chiens.	Aucun basset n'est un vautour. Tous les vautours sont des oiseaux. Quelques oiseaux ne sont pas des bassets.

<b>e-i-o</b> "Fresison"
Aucun chien n'est un oiseau. Quelques oiseaux sont des vautours. Quelques vautours ne sont pas des chiens.

Nous voyons maintenant que l'inférence (i) était du type **a-a-a** ("Barbara"), (??) du type **e-i-o** ("Ferio") et (??) du type **e-a-e** ("Cesare").

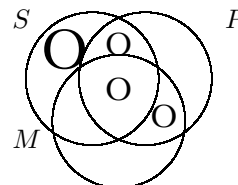
Les noms des modes forts valides étaient combinés en des 'poèmes' mnémotechniques :

Barbara, Celarent primae, Darii Ferioque.  
Cesare, Camestres, Festino, Baroco secundae.  
Tertia grande sonans recitat : Darapti, Felapton,  
Disamis, Datisi, Bocardo, Ferison. Quartae sunt :  
Bamalip, Calemes, Dimatis, Fesapo, Fresison.

Comme la 'réduction de quantité' est une inférence directe valide qui nous mène des jugements généraux aux jugements particuliers correspondants, on a pour chaque mode fort valide qui a une conclusion générale un mode faible correspondant : Pour la première figure, ceci nous donne "Barbari" et "Celaront", pour la deuxième "Cesaro" et "Camestros" et pour la quatrième "Calemos".

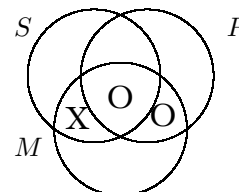
Pour tester la validité de ces syllogismes, nous pouvons encore utiliser les diagrammes de Venn, cette fois avec trois cercles. Pour **e-a-e**, par exemple, nous obtenons par cette méthode :

$$\frac{\text{Aucun } P \text{ n'est } M.  
Tous les } S \text{ sont } M.  
-----  
Aucun } S \text{ n'est } P.$$



Nous remarquons dans ce diagramme que la conclusion "Aucun S n'est P" s'ensuit, puisque l'intersection entre les extensions de "S" et de "P" est vide. Par la même méthode, nous pouvons vérifier les autres inférences, par exemple **e-i-o** :

$$\frac{\text{Aucun } M \text{ n'est } P.  
Quelques } S \text{ sont } M.  
-----  
Quelques } S \text{ ne sont pas } P.$$



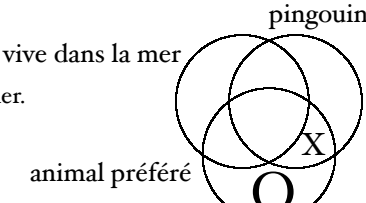
Du fait que nous avons fait un "X" en dehors de l'extension de "P", mais à l'intérieur de l'extension de "S", nous voyons que la conclusion s'ensuit.

### 3 Les limites de la syllogistique

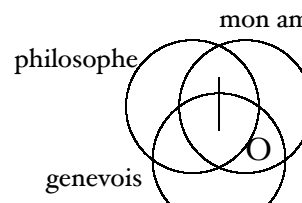
Nous avons déjà remarqué quelques limites de la syllogistique : elle ne nous procure aucune méthode mécanique pour déterminer la validité ou non-validité d'une inférence donnée sinon celle de véri-

fier si ou non l'inférence correspond à l'un des 24 modes valides<sup>3</sup> et elle nous oblige à trouver des re-formulations alambiquées pour beaucoup de phrases du langage naturel.

Bien que les diagrammes de Venn nous donnent une méthode simple et intuitive pour vérifier la validité des syllogismes, ils nous montrent aussi d'autres limites de la syllogistique. Considérons l'inférence suivante :

<p style="text-align: center;">Tous mes animaux préférés sont soit des pingouins, soit vivent dans la mer.          Mes animaux préférés ne vivent pas tous dans la mer.  <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/>         Quelques pingouins ne vivent pas dans la mer.</p>	
---	---

Le diagramme montre que l'inférence est valide, bien qu'il n'y ait pas de syllogisme correspondant. C'est pourquoi la méthode des diagrammes de Venn dépasse les limites de la syllogistique : elle nous permet d'établir la validité des inférences qui sont considérées non valides par la syllogistique. Une petite modification de la méthode des diagrammes (modification apportée par ?) nous permet d'élargir cette classe d'inférences. Nous utiliserons une ligne pour signifier qu'au moins l'une d'un certain nombre de parties d'un diagramme de Venn n'est pas vide – une ligne reliant deux parties correspond donc à un jugement existentiel et disjonctif.

<p style="text-align: center;">Tous mes amis genevois sont des philosophes.          Quelques-uns de mes amis sont soit des philosophes, soit des genevois.  <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/>         Quelques-uns de mes amis sont des philosophes.</p>	
---	--

La ligne horizontale reliant (*philosophe et genevois et ami*) et (*philosophe et ami*) veut dire qu'une de ces deux régions n'est pas vide – il y a au moins une chose qui est ou bien ami-philosophe-genevois ou bien ami-philosophe. Parce que la ligne se trouve dans l'intersection des extensions de "philosophe" et de "ami", la conclusion s'ensuit.

Un désavantage commun à la syllogistique et aux diagrammes de Venn est que les deux méthodes sont limitées à un nombre très restreint de prédicats : la syllogistique n'en concerne que trois et il est impossible de représenter plus de trois cercles ou plus de cinq autres figures qui se recoupent. La syllogistique, reconnaissant que quatre types de propositions, nous oblige souvent de donner une forme 'logique' peut intuitive à des propositions ordinaires : "Nous avons visité le musée, mais il était fermé", par exemple, devient "tous les instants quand nous avons visité le musée sont des instants quand il était fermé". Pour rendre valide des inférences comme

<p style="text-align: center;">Tous les hommes sont mortels.          Socrate est un homme.  <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/>         Socrate est mortel.</p>	(2)
--	-----

la syllogistique nous force à reconnaître des concepts sujet et prédicat tel que "chose identique à Socrate" (la prémisses mineure est alors du type *SaP*). Nous pouvons nous demander si de telles concepts correspondent réellement à des propriétés d'objets.<sup>4</sup>

<sup>3</sup>C'est en raison de l'absence d'une telle méthode que les logiciens médiévaux se sont servis d'une série de règles générales telles que :

- Tout syllogisme valide a une prémisses universelle.
- Tout syllogisme valide avec une prémisses particulière a une conclusion particulière.
- Tout syllogisme valide avec une prémisses négative a une conclusion négative.

<sup>4</sup>Nous avons vu en philosophie de langage que Quine se sert de prédicats similaires pour résoudre le problème posé par l'intelligibilité d'assertions contenant de noms propres vides comme "Pégase".

Un autre désavantage est le suivant : Il est impossible en syllogistique ou par des diagrammes de Venn de représenter des arguments qui mélanges des quantificateurs et des connecteurs propositionnels comme le suivant :

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Si tous mes amis sur ALL-PHILO sont en philo, quelques amis ne sont pas sur ALL-PHILO.} \\ \text{Soit tous mes amis sont sur ALL-PHILO, soit tous mes amis sont en philo.} \end{array}}{\text{Si tous mes amis en philo sont sur ALL-PHILO, alors quelques amis qui ne sont pas en philo y sont aussi.}}$$

Cette inférence a la forme suivante (“ $F(\dots)$ ” abrège “ $\dots$  est un ami”, “ $G(\dots)$ ” remplace “ $\dots$  est en philosophie” et “ $H(\dots)$ ” est substitué “ $\dots$  est inscrit sur la liste ALL-PHILO”) :

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Tous les } F \text{ qui sont } H \text{ sont } G \rightarrow \text{Quelques } F \text{ ne sont pas } H. \\ \text{Tous les } F \text{ sont } H \vee \text{Tous les } F \text{ sont } G. \end{array}}{\text{Tous les } F \text{ qui sont } G \text{ sont } H \rightarrow \text{Quelques } F \text{ qui ne sont pas } G \text{ sont } H.}$$

Nous pouvons nous convaincre de sa validité : Supposons que tous les  $F$  qui sont  $G$  sont aussi  $H$ , mais qu’aucun  $F$  qui n’est pas  $G$  soit  $H$  (fausseté de la conclusion). Nous savons donc que tous les  $F$  qui sont  $H$  sont aussi  $G$ , ce qui établit l’antécédent de la première prémisses. Son conséquent, par contre, doit être faux. Par la deuxième prémisses, nous savons que soit tous les  $F$  sont  $H$ , soit tous les  $F$  sont  $G$ . Dans le premier cas, quelques  $F$  sont  $H$  est le conséquent de la première prémisses est faux. Dans le deuxième cas, tous les  $F$  sont  $G$ , et donc aussi  $H$ , par l’antécédent de la conclusion. Dans la logique des prédicats, nous formalisons cette inférence comme suit :

$$\frac{\begin{array}{l} \forall x((Fx \wedge Hx) \rightarrow Gx) \rightarrow \exists x(Fx \wedge \neg Hx) \\ \forall x(Fx \rightarrow Hx) \vee \forall x(Fx \rightarrow Gx) \end{array}}{\forall x((Fx \wedge Gx) \rightarrow Hx) \rightarrow \exists x(Fx \wedge \neg Gx \wedge Hx)}$$

Utilisant les équivalences “ $\forall x(\phi(x)) \Leftrightarrow \neg \exists x(\neg \phi(x))$ ” et “ $\neg(\phi \wedge \neg \psi) \Leftrightarrow \neg \phi \rightarrow \psi$ ”, nous pouvons transformer les formules en :

$$\frac{\begin{array}{l} \forall x((Fx \wedge Hx) \rightarrow Gx) \rightarrow \neg \forall x(Fx \rightarrow Hx) \\ \forall x(Fx \rightarrow Hx) \vee \forall x(Fx \rightarrow Gx) \end{array}}{\forall x((Fx \wedge Gx) \rightarrow Hx) \rightarrow \neg \forall x((Fx \wedge Hx) \rightarrow Gx)}$$

A présent, nous n’avons encore aucun moyen de combiner les méthodes de la logique propositionnelle avec notre analyse des propositions quantifiées (contenant des expressions comme “tous”, “quelque” ou “aucun”).

Le diagnostic de ces défauts communs à la syllogistique et à la méthode des diagrammes de Venn est le suivant :

1. Elles ne reconnaissent pas la distinction cruciale entre les prédicats et les noms et ne nous permettent pas de formaliser des inférences telles que “Marie est mon amie ; donc j’ai une amie” ou “Tous les philosophes sont heureux ; Sam est un philosophe ; donc Sam est heureux”.
2. Elles ne s’appliquent qu’à des prédicats ‘unaires’ (qui résultent d’une phrase par le remplacement d’un seul nom par des points) et non pas à des prédicats à plusieurs places.

La vertu principale de la logique moderne des prédicats est qu’elle nous permet de surpasser ces deux restrictions artificielles.