

Deuxième examen probatoire
 Cours d'introduction à la logique, semestre d'automne 2007
 A rendre avant le mercredi 5 décembre, 16 h

Nom(s) : _____

Points obtenus (dans 2 questions avec un total de 20 points) : _____

1. (6 points) A l'aide de la méthode des arbres, déterminez les valeurs de vérité des propositions suivantes :

- (a) " $p \rightarrow (q \rightarrow r)$, $\neg q \rightarrow \neg p$, $p \models r$ "
- (b) " $(p \leftrightarrow \neg q) \wedge q$, $(q \vee ((r \rightarrow p) \wedge r)) \rightarrow \neg p \models q \rightarrow \neg p$ "
- (c) " $\{(p \rightarrow \neg r) \wedge q, q \rightarrow ((p \wedge r) \vee ((r \rightarrow \neg p) \rightarrow r))\} \models r$ "
- (d) " $\{p \rightarrow (q \rightarrow r), \neg r\} \models \neg(p \wedge q)$ "
- (e) " $p \wedge (q \leftrightarrow r)$, $\neg p \vee (q \rightarrow \neg r) \models p \rightarrow \neg r$ "
- (f) " $(p \leftrightarrow \neg q) \wedge q$, $(\neg q \vee ((r \leftrightarrow p) \wedge r)) \rightarrow \neg p \models r \rightarrow \neg p$ "

2. (14 points) Démontrez les séquents suivants, utilisant les règles d'inférence de la déduction naturelle :

- (a) " $p \rightarrow (\neg\neg p \rightarrow q)$, $\neg q \vdash \neg p$ "
- (b) " $(p \vee \neg q) \rightarrow p$, $\neg p \vdash \neg p \wedge q$ "
- (c) " $p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$ "
- (d) " $p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash (p \wedge q) \rightarrow r$ "
- (e) " $p \vdash (\neg(q \rightarrow r) \rightarrow \neg p) \rightarrow (\neg r \rightarrow \neg q)$ "
- (f) " $p \rightarrow \neg p \vdash \neg p$ "
- (g) " $p \wedge q \vdash p \vee q$ "
- (h) " $p \wedge (q \leftrightarrow s)$, $(q \leftrightarrow s) \rightarrow r \vdash r \vee t$ "
- (i) " $\neg(\neg p \wedge \neg q)$, $\neg p \vdash q$ "
- (j) " $\neg(q \rightarrow p) \vdash q \rightarrow \neg p$ "
- (k) " $\vdash p \rightarrow p$ "
- (l) " $\vdash \neg(p \wedge \neg p)$ "
- (m) " $\neg p \leftrightarrow \neg q \vdash p \leftrightarrow q$ "
- (n) " $(p \leftrightarrow \neg q) \wedge (q \leftrightarrow \neg r) \vdash p \leftrightarrow r$ "