

Examen probatoire du 16 décembre 2003  
Cours d'introduction à la logique, semestre d'hiver 2003-2004  
Peut compter comme série pour ceux qui en ont une de moins

Nom(s) : \_\_\_\_\_

Points obtenus (dans 5 questions avec un total de 20 points) : \_\_\_\_\_

1. (7 points) Formalisez les arguments suivants et prouvez, par la méthode de la déduction naturelle, qu'ils sont valides (ceci est difficile dans le cas du troisième) :
  - (a) "Donné que l'embryon est une personne, il a un droit à la vie. Si l'embryon a un droit à la vie, alors il est faux que quelqu'un a le droit de lui enlever la vie. Cependant, si l'avortement est moral, quelqu'un a le droit de lui enlever la vie. En conséquence, si l'embryon est une personne, l'avortement est immoral."
  - (b) "Si l'existence de Dieu était probable, alors la proposition qu'Il existe serait une proposition empirique. Dans ce cas, il serait possible d'en déduire, avec d'autres hypothèses venant de l'expérience, des propositions empiriques qui ne sont pas déductibles des autres hypothèses prises seules. Mais ceci en fait n'est pas possible. Alors il n'est pas le cas que l'existence de Dieu est probable." (A.J. Ayer, "Language, Truth and Logic")
  - (c) "Si je crois en Dieu, alors s'il existe, je gagne, et s'il n'existe pas, alors je ne perds pas. Si, de l'autre côté, je ne crois pas en Dieu, alors, s'Il existe, je perds, et s'Il n'existe pas, alors je ne gagne pas. De ceci il s'ensuit que si je crois, alors je gagnerai ou je ne perdrai pas, tandis que si je ne crois pas, alors je perdrai ou je ne gagnera pas." (En faisant un pari sur l'existence de Dieu ('le pari de Pascal' ; notez que "perdre" n'est pas synonyme avec "ne pas gagner".)
  
2. (4 points) Vérifiez au moyen de tables de vérité si les formules suivantes sont des tautologies :
  - (a) " $p \rightarrow \neg\neg p$ "
  - (b) " $(p \rightarrow (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r))$ "
  - (c) " $\neg(\neg p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \neg q)$ "
  - (d) " $(p \rightarrow \neg p) \leftrightarrow \neg p$ "

3. (4 points) Formulez les lois de distributivité et utilisez des tables de vérités pour montrer qu'ils sont correctes.

4. (1 point) Si  $\psi$  est une tautologie, alors  $\lceil \phi \rightarrow \psi \rceil$  en est une également. Démontrez que la converse est fautive, c'est-à-dire qu'il n'est pas vrai en général que : si  $\lceil \phi \rightarrow \psi \rceil$  est une tautologie, alors  $\psi$  est également une tautologie.

5. (4 points) Prouvez, par la méthode de la déduction naturelle, les propositions suivantes :

(a) " $p, p \rightarrow q, p \rightarrow r \vdash q \wedge r$ "

(b) " $\neg p \wedge q \vdash p \rightarrow r$ "

(c) " $p \vee p \vdash p$ "

(d) " $\vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow (q \vee r))$ "