

Exercices 3

Cours d'introduction à la logique, semestre d'hiver 2003-2004

A rendre avant le mardi 18 novembre, 10 h

Nom(s) : _____

Points obtenus (dans 6 questions avec un total de 20 points) : _____

1. (6 points) Vérifiez la validité des schémas d'inférences suivantes, en montrant que les implications matérielles correspondantes sont des tautologies :

(a) $\frac{p \rightarrow q}{q \rightarrow r} \quad \frac{q \rightarrow r}{p \rightarrow r}$ transitivité

(b) $\frac{p \rightarrow r}{(p \vee q) \rightarrow r}$ augmentation₁ $\frac{p \rightarrow r}{(p \wedge q) \rightarrow r}$ augmentation₂

(c) $\frac{p \rightarrow \neg p}{\neg p}$ reductio₁ $\frac{p \rightarrow q}{p \rightarrow \neg q}$ reductio₂

(d) $\frac{p \wedge q}{p}$ simplification

(e) $\frac{\neg p}{p \rightarrow q}$ ex falso quodlibet

(f) $\frac{q}{p \rightarrow q}$ verum sequitur ad quodlibet

(g) $\frac{p \rightarrow q}{p}$ modus ponendo ponens

(h) $\frac{p \rightarrow q}{\neg q}$ modus tollendo tollens

(i) $\frac{p \vee q}{\neg q}$ modus tollendo ponens

(j) $\frac{p|q}{\neg q}$ modus ponendo tollens

$$\left(\begin{array}{cc|c} p & q & p|q \\ \hline V & V & F \\ V & F & V \\ F & V & V \\ F & F & V \end{array} \right)$$

2. (3 points) Qu'est-ce qu'une tautologie? Une contradiction? Indiquez quels rapports simples il y a entre tautologies, contradictions et la négation.
3. (2 points) Aristote, dans la *Métaphysique* Λ 9 dit :
- Ou bien l'intelligence divine pense, ou bien elle ne pense rien. Or si elle ne pense rien, elle est dans un état semblable au sommeil, mais c'est là chose contraire à sa dignité. Par ailleurs, si elle pense, alors ou elle se pense elle-même, ou elle pense quelque autre chose. Mais il est absurde qu'autre chose soit objet de sa pensée. Donc elle pense, et elle se pense elle-même.
- Formalisez les quatre premières phrases à l'aide de quatre propositions simples et d'une manière que la dernière phrase s'ensuit des quatre prémisses. Utilisez les inférences dont vous avez démontré la validité comme réponse à la première question.
4. (3 points) Descartes, dans la *Troisième Méditation*, raisonne à peu près comme suit :
- Encore que l'idée de la substance soit en moi, si l'idée d'une substance infinie n'a pas été mise en moi par une substance infinie, je ne peux avoir l'idée d'une substance infinie. Par conséquent, il faut nécessairement conclure que Dieu existe.
- Cet argument est un enthymème (= complète, a besoin de prémisses supplémentaires). Au vu des pages qui précèdent, Descartes prend pour accordées les deux prémisses :
- Je peux avoir l'idée d'une substance infinie.
 - Si l'idée d'une substance infinie a été mise en moi par une substance infinie, alors Dieu existe.
- Montrez que, avec ces deux prémisses supplémentaires, la conclusion s'ensuit. Utilisez les inférences dont vous avez démontré la validité comme réponse à la première question.
5. (3 points) Lesquelles des assertions suivantes sont vraies?
- (a) Aucune inférence valide a une conclusion fausse.
 - (b) Toute inférence avec une conclusion vraie est valide.
 - (c) Toute inférence valide contient au moins une prémisses.
 - (d) Aucune inférence valide a des prémisses vraies et une conclusion fausse.
 - (e) Il y a des inférences valides qui n'ont que des prémisses vraies et une conclusion fausse.
 - (f) Toute inférence avec des prémisses contradictoires est valide
6. (3 points) Montrez comment on peut définir " \wedge ", " \rightarrow " et " \leftrightarrow " à partir de " \vee " et " \neg ".