Exercices 4
Cours d'introduction à la logique, semestre d'hiver 2003-2004
A rendre avant le mardi 25 novembre, 10 h

Nom(s) : ____________________

Points obtenus (dans 5 questions avec un total de 20 points) : ______

1. (3 points) Insérez les concepts suivants dans une colonne du tableau : "formule bien formée", "tautologie", "validité" (la conclusion ne peut pas être fausse si les prémisses sont vraies), "règle d'inférence", "vérité", "actes de parole" (question, promesse, ordre etc.), "la différence entre "et" et "mais" " (le fait que le dernier indique un contraste), "vouloir dire" (comme dans "qu'est-ce qu'il a voulu dire en secouant la tête ?), "axiome", "preuve", "conséquence (sémantique)", "contexte".

syntaxe	sémantique	pragmatique

2. (2 points) Si "ϕ" est un nom de la proposition "Si j'étudie la logique, je serai heureux et sage" et si ψ est la proposition "J'étudie la logique", quelle est la proposition désignée par $\ulcorner \phi \vee \neg\psi \urcorner$? Quelle est la proposition désignée par " "Je serai heureux et sage" est une conséquence logique de ϕ et de ψ" ?

3. (4 points) Montrez que les ensembles de formules propositionnelles suivantes forment des carrés d'opposition :
   (a) { "$\neg p \wedge q$", "$p \wedge \neg q$", "$p \rightarrow q$", "$q \rightarrow p$" }
   (b) { "$\neg p \wedge \neg q$", "$p \wedge \neg q$", "$p \rightarrow q$", "$p \vee q$" }

4. (3 points) Considérez le connecteur binaire "$\downarrow$" défini comme suit :

p	q	$p \downarrow q$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

On voit donc que "$p \downarrow q$" est équivalent à "$\neg\phi \wedge \neg\psi$". Montrez comment on peut rajouter ce connecteur à $\mathcal{L}$ et comment, dans ce nouveau langage, on peut définir "$\neg$", "$\wedge$", "$\vee$", "$\rightarrow$" et "$\leftrightarrow$" en termes de "$\downarrow$" (utilisez les lois de Morgan !).

5. (8 points) Montrez que les propositions suivantes sont des théorèmes de HC :
   (a) "$(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)$"
   (b) "$p \rightarrow (q \rightarrow p)$"
   (c) "$(p \vee q) \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$"
   (d) "$p \rightarrow (q \rightarrow (p \vee r))$"