

Exercices 5

Cours d'introduction à la logique, semestre d'hiver 2003-2004

A rendre avant le mardi, 2 décembre 10 h

Nom(s) : _____

Points obtenus (dans 5 questions avec un total de 20 points) : _____

1. (3 points) Rappelons-nous des définitions formelles d'une tautologie et d'une contradiction et définissons une proposition contingente comme suit :

Définition 1. *Une formule propositionnelle ϕ est contingente si et seulement si elle est vraie sous au moins une interprétation.*

- (a) Ecrivez cette définition d'une manière semi-formelle (comme dans la note de fin de page de la définition d'une tautologie).
- (b) Montrez (d'une manière informelle) qu'une formule propositionnelle ϕ est une tautologie si et seulement si $\lceil \neg\phi \rceil$ n'est pas contingent.
- (c) Montrez (d'une manière informelle) qu'une formule propositionnelle ϕ est contingente si et seulement si $\lceil \neg\phi \rceil$ n'est pas une tautologie.
2. (2 points) Inventez une règle de transformation d'arbres pour la barre de Sheffer et justifiez intuitivement sa validité.

3. (4 points) Vérifiez, à l'aide de la méthode des arbres, si les propositions suivantes peuvent être prouvées :

- (a) " $p \rightarrow \neg\neg p$ "
- (b) " $(p \rightarrow q) \leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$ "
- (c) " $(p \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg p$ "
- (d) " $(p \wedge (p \vee q)) \leftrightarrow p$ "

4. (7 points) Soit “A” le nom d’une inférence :
- Si toutes les prémisses sont vraies et la conclusion l’est aussi, est-ce qu’on peut conclure que A est valide ou conclure que A est non valide ?
 - Si toutes ses prémisses sont vraies mais la conclusion est fausse, est-ce qu’on peut conclure que A est valide ou conclure que A est non valide ?
 - Si au moins une de ses prémisses est fausse et la conclusion est vraie, est-ce qu’on peut conclure que A est valide ou conclure que A est non valide ?
 - Si au moins une de ses prémisses est fausse et la conclusion est fausse, est-ce qu’on peut conclure que A est valide ou conclure que A est non valide ?
 - Si les prémisses sont consistantes avec la conclusion, est-ce que A peut être non-valide ?
 - Si les prémisses sont inconsistantes et la conclusion fausse, est-ce que A peut être non-valide ?
 - Si la prémisse est une vérité logique et la conclusion vraie, est-ce que A peut être non-valide ?
 - Si les prémisses sont consistantes entre elles, mais la conclusion fausse, est-ce que A peut être valide ?
 - Si la conclusion est inconsistante avec les prémisses, est-ce que A peut être valide ?
 - Si la conclusion est inconsistante avec les prémisses, mais les prémisses sont consistantes entre elles, est-ce que A peut être valide ?
 - Si la négation de la conclusion est consistante avec une des prémisses, est-ce que A peut être valide ?
 - Si la négation de la conclusion est inconsistante avec la négation de une des prémisses, est-ce que A peut être valide ?
 - Si la négation de la conclusion est inconsistante avec la négation de une des prémisses, et l’argument ne serait pas valide sans cette prémisse, est-ce que A peut être valide ?
5. (4 points) Déterminez, à l’aide de la méthode des arbres, la valeur de vérité des propositions suivantes :
- “ $\{p \rightarrow (q \rightarrow r), \neg q \rightarrow \neg p, p\} \models r$ ”
 - “ $\{(p \leftrightarrow \neg q) \wedge q, (q \vee ((r \rightarrow p) \wedge r)) \rightarrow \neg p\} \models q \rightarrow \neg p$ ”
 - “ $\{p \wedge (q \leftrightarrow r), \neg p \vee (q \rightarrow \neg r)\} \models p \rightarrow \neg r$ ”
 - “ $\{(p \leftrightarrow \neg q) \wedge q, (\neg q \vee ((r \leftrightarrow p) \wedge r)) \rightarrow \neg p\} \models r \rightarrow \neg p$ ”