

Exercices 6

Cours d'introduction à la logique, semestre d'hiver 2003-2004

A rendre avant le mardi, 9 décembre, 10 h

Nom(s) : _____

Points obtenus (dans 2 questions avec un total de 20 points) : _____

1. (16 points) Démontrez les séquents suivants, utilisant les règles d'inférence de la déduction naturelle :

- (a) " $p \rightarrow (p \rightarrow q), p \vdash q$ "
- (b) " $\neg\neg q \rightarrow p, \neg p \vdash \neg q$ "
- (c) " $\neg p \rightarrow q \vdash \neg q \rightarrow p$ "
- (d) " $p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$ "
- (e) " $p \vdash (\neg(q \rightarrow r) \rightarrow \neg p) \rightarrow (\neg r \rightarrow \neg q)$ "
- (f) " $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \vdash p \rightarrow (q \wedge r)$ "
- (g) " $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \vdash (p \vee q) \rightarrow r$ "
- (h) " $\neg p \rightarrow p \vdash p$ "
- (i) " $p \vee q \vdash q \vee p$ "
- (j) " $p \rightarrow q, \neg p \rightarrow q \vdash q$ "
- (k) " $p \wedge q, q \rightarrow r \vdash r \vee s$ "
- (l) " $\neg\neg p, p \rightarrow q \vdash q$ "
- (m) " $\neg(p \rightarrow q) \vdash p \rightarrow \neg q$ "
- (n) " $q \rightarrow r \vdash (p \vee q) \rightarrow (p \vee r)$ "
- (o) " $\vdash p \vee \neg p$ "
- (p) " $p \vee q \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow q$ "

2. (4 points) Déterminez, à l'aide de la méthode des arbres, si les propositions suivantes peuvent être prouvées :

- (a) " $(p \wedge q \wedge ((q \wedge p) \rightarrow r)) \rightarrow (q \rightarrow r)$ "
- (b) " $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ "
- (c) " $((p \vee r) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$ "
- (d) " $((q \leftrightarrow \neg r) \wedge (p \leftrightarrow \neg q)) \rightarrow (r \leftrightarrow p)$ "