Première leçon

Cours d'introduction à la logique et la philosophie du langage au semestre d'hiver 2003-2004

Philipp Keller

A lire pour le cours du 4 novembre 2003

1 Les arguments formellement valides

La philosophie est la science des arguments, la logique l'étude des inférences valides. Comme la philosophie en général, la logique s'occupe donc des arguments. Ce qui l'oppose à d'autres domaines de la philosophie est qu'elle essaie de distinguer les *arguments formels* des autres. Un discours est un raisonnement s'il essaie d'expliquer la vérité d'une certaine proposition. Un raisonnement est un argument s'il vise à donner une raison de croire une proposition. Une raison de croire une proposition est une réponse possible à la question pourquoi on croit ceci et non pas cela. Une proposition, selon l'usage des mots que nous adapterons par la suite, est quelque chose qui est capable d'être vraie ou fausse (et reste vraie ou fausse peu importe qui l'énonce). Les arguments consistent d'une ou plusieurs prémisses et d'une conclusion, typiquement séparées par un mot comme "donc". Un argument est une inférence si ces prémisses visent à donner une raison suffisante pour la conclusion – de telle sorte qu'il est impossible que les prémisses soient vraies et la conclusion fausse. Si ceci est le cas, l'inférence est appelée 'valide'. Une inférence est formelle si elle est convaincante (si elle l'est) en vertu de sa forme : si elle est convaincante, toutes les autres inférences ayant la même forme le sont aussi. Les mots qui sont responsable de la forme d'une proposition sont appelés 'mots logiques'. Les différentes logiques se distinguent par ce qu'ils considèrent mots logiques.

Un argument n'est pas la seule réponse possible à la question pourquoi on croit telle et telle proposition. Considérons le cas d'un végétarien qui affirme qu'il ne faut pas manger de la viande et comparons les deux réponses suivantes à la question pourquoi il croit ceci :

(A) "Je crois que la viande provient d'un animal mort, le plus souvent tué, que l'animal est doué de vie comme l'être humain et qu'en toute généralité il ne faut pas ôter la vie."

(B) "J'ai été élevé dans un contexte familial et social déterminé ou j'ai développé depuis mon enfance une terreur de sang."

Bien qu'une réponse de type (B) peut expliquer pourquoi quelqu'un est végétarien, elle ne nous donne pas de raisons pour ou contre le végétarisme. Une réponse du type (A), cependant, *justifie* (ou, au moins, vise à justifier) l'affirmation et la croyance qu'il ne faut pas manger de viande. Elle aime à nous donner des *raisons* de ne pas manger de la viande. Il est certainement possible de mettre en question les prémisses du raisonnement et douter de la question à savoir si l'affirmation du végétarien s'ensuit de ces prémisses, mais il est clair que quelqu'un qui donne une réponse du type (A) pense que ses considérations exhibent des raisons valables aussi pour son interlocuteur. La logique ne se concerne que des réponses du type (A) et seulement une telle réponse constitue un *argument* en faveur de la proposition qu'il ne faut pas manger de la viande. Comme elle ne tient pas compte de l'état mental des opérants, il faut distinguer la logique de la psychologie. Puisqu'elle ne se concerne point non plus de la présentation des arguments, il faut aussi la distinguer de la rhétorique.

Un argument est un argument formel s'il est convaincant (s'il l'est) en vertu de sa forme : s'il est convaincant, tous les autres arguments ayant la même forme le sont aussi. La forme d'un argument est généralement représenté par des mots 'logiques' comme "et", "ou", "donc", "en conséquence". On peut donc dire qu'un argument formel est convaincant (s'il l'est) en vertu de la signification de ces mots 'logiques'. Un argument qui est convaincant (s'il l'est) en vertu de la signification de quelques mots qu'il contient est une *inférence*. Mais il y a des arguments qui eux aussi sont convaincants en vertu de la signification de quelques mots qu'ils contiennent, sans pour autant être formels. A part des inférences formelles, il faut reconnaître les inférences matérielles. Si les mots en vertu desquels un argument est convaincant (s'il l'est) sont des mots 'logiques', et donc l'argument est convaincant (s'il l'est) en vertu de sa forme, on parle d'une '*inférence formelle*' (ou : inférence logique). Si les mots en question ne sont pas des mots 'logiques', il s'agit de ce qu'on appelle une 'inférence matérielle'.

Dans le cas où l'argument *est* convaincant (tel que quelqu'un qui accepte ses prémisses devrait aussi accepter la conclusion), l'inférence est *valide*. Pour un argument valide, il n'est pas requis que quelqu'un accepte *en fait* les prémisses : il suffit que, s'il acceptait les prémisses, il devrait aussi accepter la conclusion. En ce sens, la logique – l'étude des inférences formelles valides – ne s'occupe pas des vérités (simples), mais des connections de ses vérités simples ; elle ne nous dit pas ce qu'il faut croire en premier lieu, mais s'occupe des conditions qui disent qu'est-ce qu'il faut croire sur la base d'autres croyances qu'on a déjà.

On a donc une distinction tripartite d'arguments :

Tous les corbeaux observés étaient noirs. Donc, tous les corbeaux sont noirs.	Denis est le mari de Annette. Donc, Denis est un homme.	Si j'étudie la logique, alors je serai heureux et sage. J'étudie la logique. Donc, je serai heureux et sage.
Cette quantité d'eau boue. Donc, elle est de 100°C	Denis est l'assassin de Annette. Donc, Denis a tué Annette.	J'adore Anne. Donc, j'adore quelqu'un.
argument non-formel convaincant ou non	inférence matérielle valide ou non	inférence formelle valide ou non

Cette distinction entre des arguments qui ne sont pas formels, les inférences qui tournent sur des mots qui ne sont pas logiques et les inférences formels qui ne tournent que sur des mots logiques n'est pas toujours très claire et facile à faire. Que dire, par exemple, de l'argument fameux "Je pense ; donc je suis". La présence de "donc" indique qu'il s'agit d'un argument : Descartes veut donner une raison pour croire qu'il existe ; et il est certainement vrai que pour penser, il faut exister. Mais est-ce que c'est parce que le monde est comme il est (première catégorie), parce que nous utilisons "penser" comme nous le faisons (deuxième catégorie), ou parce qu'il y a des prémisses tacites qu'on peut exploiter pour montrer que le "sum" est une conséquence logique du "cogito" ? Difficile à dire.

On observe que tous ces arguments dépendent d'une régularité dans le monde : ils sont convaincants parce que
- Les corbeaux observés forment un échantillon représentatif de la totalité de tous les corbeaux.
- Les lois de la nature ont comme conséquence que l'eau boue à 100 °C (sur la terre, sous des conditions normales).
- Seulement des hommes peuvent être des maris.
- Pour être un assassin, il faut avoir tué.
- S'il y a une seule condition suffisante pour mon bonheur et cette condition est remplie, alors je suis heureux.
- Anne est quelqu'un.

Mais on remarque aussi des différences : dans les premiers cas (colonne de gauche), on a envie de dire que les arguments sont convaincants parce que le monde est comme il l'est – dans différentes circonstances, les arguments perdraient leur crédibilité. A propos de la colonne au milieu, on a envie de dire qu'ils sont convaincants parce qu'on parle une langue particulière et non pas une autre. Si "mari" signifiait "épouse" et Denis était le mari de Annette, alors Denis serait une femme. Mais quoi dire de la colonne droite ?

On disait que les arguments de la colonne droite sont convaincants en vertu de leur forme, plus particulièrement de la signification des 'mots logiques' qu'ils contiennent, c'est-à-dire de "si ... alors —" et de "quelqu'un". Comment peut-on rendre ceci plus précis ?

2 Les langues formelles et naturelles

Pour mieux comprendre la distinction entre des arguments qui sont convaincants en vertu de la signification de quelques mots comme "mari" ou "assassin" et ceux qui ne dépendent que des expressions dites 'logiques' comme "si ... alors —" et "quelqu'un", il faut comprendre la distinction entre les langues formelles et les langues naturelles.

Nous parlons tous une langue naturelle qui ressemble, plus ou moins, au français : ceci veut dire que les mots que nous utilisons se trouvent (pour une grande partie, au moins) dans des dictionnaires du français et composent des expressions plus longues et des phrases (plus ou moins) suivant les règles de la grammaire française. Cette grammaire obéit, au moins en principe, au *principe de la compositionalité* : elle détermine la signification d'une expression complexe sur la base des expressions plus simples que celle-là contient et de la manière dont celles-ci sont composées pour former l'expression complexe. C'est ce principe de compositionalité qui nous permet d'apprendre une langue, et de connaître la signification des phrases entièrement nouvelles (encore jamais entendues) sur la base de notre connaissance des mots qu'elles contiennent et des règles grammaticales.

Quelqu'un qui connaît ce que veulent dire les mots "le président", "les États-Unis", "le père de", "sourire à quelqu'un" et "Maria" comprendra (au moins) toutes les phrases suivantes :
– Le père du président des États-Unis sourit à Maria.
– Maria sourit au père du président des États-Unis.
– Le père de Maria sourit au président des États-Unis.
– Le président des États-Unis sourit au père de Maria.
Même si les langues naturelles sont faciles à apprendre, elles sont énormément difficiles à décrire – c'est pour ceci que la linguistique est une science aussi complexe. Une source de ces difficultés est que les règles qui gouvernent la formation des expressions complexes sur la base des expressions plus simples ne sont non seulement susceptibles à la catégorie grammaticale de ces expressions, mais également à leurs significations. Même si "les États-Unis" est une expression du même type grammatical que "le père de Maria", nous reconnaissons une différence entre "Les États-Unis sourient au président" et "Le père de Maria sourit au président". Le fait que les pays ne puissent pas sourire et ne puissent pas avoir des pères (sauf dans un sens métaphorique) n'est pas dû à la grammaire, mais à la nature des pays, des pères et des sourires.

Dans le cas des langues naturelles, les règles grammaticales considèrent donc plus que juste la catégorie grammaticale des expressions. Un bon exemple pour ceci est le subjonctif : le fait qu'il soit correct de dire "je m'attends à ce que tu viennes", mais qu'il ne soit pas correct de dire "j'espère que tu viennes" dépend des *significations* des verbes "s'attendre à ce que" et "espérer que" (et ne dépend non seulement de leur catégorie grammaticale). Un autre exemple est la formation du pluriel en allemand qui, elle aussi, dépend de plus de facteurs que de la forme des expressions : "Frau" devient "Frauen", "Bau" devient "Bauten" et "Sau" devient "Säue".

C'est sur ce plan-ci que les langues formelles diffèrent des langues naturelles : les langues formelles sont construites d'une manière explicite. Nous déterminons leur vocabulaire, choisissons une interprétation univoque pour chacune de ses expressions primitives et donnons les règles selon lesquelles on peut former des expression complexes des expressions plus simples.

Une autre différence entre langues formelles et naturelles concerne l'ambiguïté. Considérons un cas d'ambiguïté syntaxique. Une même séquence de mots comme la suivante

Si tu pars je reste et Marie ne sera pas contente. (1)

peut avoir deux analyses syntaxiques :

Si tu pars (je reste et Marie ne sera pas contente). (2)

(Si tu pars je reste) et Marie ne sera pas contente. (3)

L'ordre des mots ne détermine pas la structure syntaxique. Il s'agit alors de deux phrases différentes – ce qui se voit dans la différence "prosodique" dans la prononciation des deux phrases et aussi dans leur forme logique.[1] Pour indiquer ces formes logiques et pour enlever l'ambiguïté de la phrase initiale (1), nous nous sommes servi des parenthèses qui – dans cet usage-ci, au moins – ne font pas parti du français. Nous avons donc donné les formes logiques de deux interprétations de (1) dans une langue semi-formelle qui reprend le vocabulaire basique du français mais contient plus de symboles structurels. Dans une langue entièrement formelle, on essaie d'éviter des cas d'ambiguïté.

Les langues naturelles ne contiennent non seulement des expressions et des phrases ambiguës, mais également des expressions indexicales. Une expression indexicale est une expression dont la signification dépend du contexte de son utilisation. Le mot "je", par exemple, se réfère toujours au locuteur, le mot "aujourd'hui" au jour quand il est utilisé, le mot "ici" à la place où se trouve le locuteur etc. Ces expressions indexicales peuvent mener à des arguments fallacieux. Si j'infère "je serai heureux et sage" de *tes* énoncés "si je fais la logique, je serai heureux et sage" et "je fais la logique", j'infère une conclusion qui est différente de la proposition exprimée dans la deuxième partie de ta première prémisse. Cette deuxième partie est vraie si et seulement si *tu* est heureux et sage. Les langues formelles, en général, font abstraction aussi de ce trait des langues naturelles et ne contiennent pas d'expressions indexicales. Les propositions dont les relations sont examinées en logiques se distinguent des phrases complètes des langues naturelles en ce qu'ils sont vraies ou fausses peu importe qui les affirme.

On a dit que, selon le *principe de compositionalité*, la signification d'une phrase est une fonction de la structure syntaxique de la phrase et des significations des mots qui la composent. La structure syntaxique est une règle qui nous indique comment il faut combiner les significations des mots pour arriver à la signification de la phrase ; elle est la structure de la phrase en tant que celle-là ne dépend que de la forme des expressions que la phrase contient. Mais qu'est-ce qu'on veut dire par "forme des expressions" ? C'est la suite des lettres, ainsi que la catégorie grammaticale du mot qui en est composée : en bref, *la syntaxe*. La syntaxe ne considère que les rapports des signes entre eux et fait abstraction de leurs significations. La *sémantique*, de l'autre côté, s'occupe de la signification des mots : elle considère le rapport des expressions aux objets et aux situations dont on veut parler. Le concept fondamental de la sémantique est celui de désignation, la relation entre l'expression "le vainqueur de Austerlitz" est la personne (décédée) qui est Napoléon. C'est grâce à la signification de cette expression que nous arrivons à parler de la personne en l'utilisant.

C'est par la distinction entre syntaxe et sémantique qu'on peut distinguer les arguments de la colonne au milieu de ceux de la colonne à droite : pour celle à droite, il n'est pas nécessaire de comprendre la signification de "J'étudie la logique." et de "Je serai heureux et sage." pour voir que l'inférence est valide : cette inférence ne dépend que du fait que ces expressions sont bien formées (= sont des phrases du français), c'est-à-dire de leur syntaxe. Pour les inférences de la colonne au milieu, cependant, il faut connaître la signification des mots "mari" et "assassin" – elles ne dépendent non seulement de la syntaxe, mais également de la sémantique. A la distinction entre

[1] La forme logique de (2) est celle de "$p \rightarrow (q \wedge r)$", celle de (3) est celle de "$(p \rightarrow q) \wedge r$" ou "$\rightarrow$" est "si ...alors ...", "$\wedge$" est "et", "p" est "tu pars", "q" "je reste" et "r" "Marie sera contente". Un autre exemple d'une telle ambiguïté syntaxique est le cas de l'adjectif épithète : une peintre italien, par exemple, est un peintre et un italien, tandis qu'un peintre accompli n'est pas accompli absolument, mais l'est seulement en tant que peintre ; un peintre abstrait, finalement, n'est aucunement abstrait et un peintre manqué n'est pas un peintre du tout.

syntaxe et sémantique correspond une distinction entre deux types de non-sens. Les deux séquences de lettres “La rit vache” et “Le nombre 2 est heureux” ne veulent rien dire, mais seulement la deuxième est une phrase bien formée du français. La première est non-sensée pour des raisons syntaxiques, la deuxième (si elle l’est) pour des raisons sémantiques.

Mis à part la syntaxe et la sémantique, il faut reconnaître une troisième dimension, qui est celle de la pragmatique et qui peut aussi justifier des arguments :
– Sam a dit que, malheureusement, Marie n’est pas venue.
– Donc, Sam aurait voulu que Marie soit venue.
Cet argument, s’il est convaincant, l’est en vertu de la signification de “malheureusement” et du fait que Sam a utilisé ce mot pour exprimer qu’il aurait voulu que Marie vienne. Elle ne dépend donc non seulement de la sémantique de “malheureusement”, mais aussi de l’usage que Sam faisait de ce mot. Cette influence est parfois difficile à déterminer exactement : quelqu’un qui dis “ils avaient un enfant et ils se sont mariés” (et non pas “ils se sont mariés et ils avaient un enfant”), est-ce qu’il *dit* qu’ils avaient un enfant *après* leur mariage ?

On peut donc dire qu’une langue peut être décrite à trois niveaux :

par sa syntaxe Quelles sont les expressions bien formées (= correctes selon les règles de grammaire de cette langue) ? Quelles sont les procédures mécaniques pour arriver d’une formule à une autre ? Ex. : “La rit vache” et “$\exists\forall Rxy$” sont mal formés (en français et le langage de la logique des prédicats respectivement) ; “Il pleut et je suis triste” implique “il pleut” indépendamment du fait s’il pleuve ou non ; “$p \wedge q$” implique “q” indépendemment de la signification de “p” et “q”.

par sa sémantique Quelles sont les expressions sensibles ? Quelles sont les transitions qui préservent la vérité en vertu de la signification des mots utilisés ? Ex. : “Le nombre 2 est bleu” n’a pas de sens ; “David est le mari de Annette” implique “David est mâle” en vertu de la signification de “mari”.

par sa pragmatique Comment ces expressions sont-elles utilisées ? Quelles sont les régularités de leur usage et comment peut-on expliquer leur usage dans des actes de paroles ? Ex. : “Il fait froid” signifie qu’il fait froid, mais peut être utilisé pour donner à quelqu’un l’ordre de fermer la fenêtre. Les différences entre “je suis philosophe et heureux” et “je suis philosophe, mais heureux” et entre “ils se sont mariés et ils avaient un enfant” et “ils avaient un enfant et ils se sont mariés” sont généralement considérées comme étant de l’ordre pragmatique plutôt que sémantique.

La description des langues naturelles est donc rendue particulièrement difficile par deux phénomènes : la distinction floue et inconstante entre des considérations syntaxiques et des considérations sémantiques ; l’influence de la pragmatique qui dépend de l’usage qu’on fait de la langue en question. L’intérêt des langues formelles vient du fait qu’elles évitent ces deux complications. Elles évitent la première parce qu’elles sont des langues artificielles, créées, d’une manière explicite, sur la base des définitions (qui déterminent la syntaxe) et des stipulations (qui déterminent la sémantique) ; elles évitent la deuxième parce qu’elles ne sont pas des langues parlées et parce qu’elles n’évoluent pas dans le temps.

On appelle donc “langue naturelle” une langue comme le français, l’anglais ou l’allemand ; un idiolecte est une langue parlée par une seule personne. On appelle “langue formelle” un système symbolique qui génère un ensemble de formules dites “bien formées” à l’aide des définitions récursives. Une définition récursive est une définition qui s’applique à plusieurs niveaux de complexité d’une manière itérative. Elle correspond au principe de la compositionalité qui nous permet de comprendre des expressions complexes sur la base de notre connaissance des expressions simples et des règles de formations.

Construisons maintenant une telle langue formelle. Les symboles primitifs de la langue $\mathcal{L}$ sont les suivants :

A1	des propositions atomiques "p", "q", "r", "s", "t" etc.
A2	des constantes logiques "$\wedge$" (parfois : "&") ("et"), "$\vee$" ("ou"), "$\neg$" (parfois "$\sim$") ("il n'est pas le cas que"), "$\rightarrow$" (parfois : "$\supset$") ("si ...alors $\cdots$") et "$\leftrightarrow$" (parfois : "$\equiv$") ("...si et seulement si $\cdots$")
A3	des parenthèses "(" et ")" et des virgules ","

Un exemple d'une définition récursive est la définition suivante de ce qu'est une "formule bien formée" de cette langue $\mathcal{L}$:

B1	Toute proposition atomique est une formule bien formée.
B2	Si "p" et "q" sont des formules bien formées, alors "$(\neg p)$", "$(p \wedge q)$", "$(p \vee q)$", "$(p \rightarrow q)$" et "$(p \leftrightarrow q)$" sont des formules bien formées.
B3	Il n'y a pas d'autres formules bien formées.

On appliquant ces définitions, on peut déterminer que
- "$(p \vee q)$" est une formule bien formée : elle est formée des expressions "p" et "q" (A1) par la règle (B2)
- "$(p \wedge (p \vee q))$" est une formule bien formée : elle est formée des expressions "p" (A1) et "$(p \vee q)$" (qui est bien formée parce qu'elle est formée des expressions "p" et "q" (A1) par la règle (B2)) par la règle (B2).
- "p" est bien formée (B1).
- "$((p\wedge) \vee (p \rightarrow q))$" n'est pas bien formée : ce n'est pas une proposition atomique (B1), alors elle devrait être formée par (B2). Mais alors "$(p\wedge)$" et "$(p \rightarrow q)$" devraient être des formules bien formée. Bien que la deuxième l'est, la première ne l'est pas.

Les parenthèses servent à enlever l'ambiguïté des phrases comme "p et q ou r" – est-ce qu'on veut dire qu'il faut choisir entre p et q d'une part et r de l'autre ($(p \wedge q) \vee r$) ou qu'on a p et aussi, selon choix, q ou r ($p \wedge (q \vee r)$) ? Les parenthèses rendent l'interprétation voulue explicite. Pour simplifier l'écriture, on laisse souvent tomber les parenthèses extérieures : "$(p \rightarrow q)$" devient "$p \rightarrow q$", "$(p \wedge (q \vee r))$" devient "$p \wedge (q \vee r)$".

Par rapport à la langue formelle $\mathcal{L}$, on a donc une idée claire ce qu'est la forme syntaxique d'une expression : c'est la manière dont elle est formée en appliquant les règles (B1) à (B3).

On voit aussi comment ces règles récursives génèrent une infinité de formules bien formées d'un vocabulaire primitif qui ne contient qu'un nombre fini de propositions atomiques : de "p", on forme "$\neg p$", "$\neg\neg p$", "$\neg\neg\neg p$", "$\neg p \vee p$", "$\neg\neg\neg p \wedge \neg p$" etc.

3 La formalisation des arguments

Ce qui distingue des arguments comme "Sam est le mari de Annette. Donc, Sam est un homme" des arguments comme "Si j'étudie la logique, alors je serai heureux et sage. J'étudie la logique. Donc, je serai heureux et sage" c'est que les premières dépendent des significations des mots qui se trouvent à l'intérieur des phrases simples qu'elles contiennent, bien que la validité des deuxièmes ne dépendent que des connecteurs (comme "si ... alors —") qui relient ces phrases simples. Pour rendre ceci plus perspicace, on introduit les lettres "p", "q", "r", "s" etc. pour abréger des phrases comme "vous étudiez la philosophie", "vous allez devenir heureux et sages".

Si j'étudie la logique, alors je serai heureux et sage.	Si p alors q.
J'étudie la logique.	p
Donc, je serai heureux et sage.	Donc, q.

On voit que cet argument est convaincant peu importe quelles phrases on abrège par "p" et "q". Il faut se rappeler que "convaincant" est utilisé ici dans le sens suivant : quelqu'un qui accepte

les prémisses (les deux premières lignes), devrait aussi accepter la conclusion (la troisième ligne). L'argument en faveur du bonheur des logiciens est donc aussi convaincant que le suivant :
– Si je m'appelle Mario, alors vous allez mourir d'une maladie infernale.
– Je m'appelle Mario.
– Donc, vous allez mourir d'une maladie infernale.
Il est clair que cet argument ne vous donne aucune raison d'avoir peur, puisqu'il est clair que vous n'avez aucune raison d'accepter les prémisses. Mais si vous les acceptiez, il faudrait donc aussi accepter la conclusion.

Quand un argument est convaincant (donné l'acceptation des prémisses) en vertu de sa forme et grâce aux significations des mots logiques qu'il contient, on dit que l'argument est valide. Au lieu du mot du langage ordinaire "donc", on peut alors tirer un trait :

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Si j'étudie la logique, alors je serai heureux et sage.}\\ \text{J'étudie la logique.}\end{array}}{\text{Je serai heureux et sage.}} \tag{4}$$

Le trait signifie qu'il faut 'tirer' la conclusion après les deux premières prémisses : que la troisième ligne 's'ensuit' des deux premières. Cette relation de 'conséquence logique' est d'une importance primordiale pour la logique : on peut dire que la logique essaie de déterminer quelles propositions s'ensuivent de quelles autres. Si la logique concernée nous est donnée par un calcul (un système d'axiomes et de règles d'inférences), on peut dire qu'une proposition est 'déductible' (peut être déduite) d'une autre (par rapport à ce calcul) : ceci veut dire que les règles de ce calcul nous permettent le pas de l'une à l'autre grâce à un schéma d'inférence. On utilise ce signe : "$\vdash$" pour représenter la déductibilité : "$p \vdash q$" veut dire que "q" peut être déduite de "p" à l'aide des règles d'inférence du calcul en question.

Si on introduit les abréviations "p" pour "J'étudie la logique." et "q" pour "Je serai heureux et sage." et si on abrège la tournure "si ... alors —" par la flèche "... → —", on obtient le suivant comme la forme de l'inférence (4) :

$$\frac{\begin{array}{c}p \rightarrow q\\ p\end{array}}{q} \tag{5}$$

Mais comment faut-il interpréter (5) ? Si vous avez peur de symboles, substituez toujours les phrases "J'étudie la logique" pour "p" et "Je serai heureux et sage" pour "q". Il est clair, cependant, que ces phrases ont été choisies d'une manière arbitraire : n'importe quelles autres phrases pourraient être insérées en préservant la validité de l'inférence. (5) ne représente que le squelette de toutes ces inférences également convaincantes. C'est pourquoi on appelle (5) un "schéma" (d'une inférence).

Ce schéma représente une *formalisation* de l'argument principal dans le sens que
– toutes les expressions qui ne sont pas nécessaires pour une éventuelle validité de l'inférence sont abrégées
– les expressions pertinentes à la validité éventuelle de l'argument sont remplacées par les expressions correspondantes d'une langue formelle ($\mathcal{L}$, dans notre exemple)
La formalisation est le dégagement successif de l'ossature logique d'un raisonnement, en le dépouillant progressivement de son contenu initial. Le schéma que nous en sortons n'est qu'une moule, qui donnera un raisonnement lorsqu'on y coulera une matière.

La formalisation d'un morceau de texte est le premier pas à un traitement logique de ce texte (l'évaluation des arguments, l'identification de la structure argumentative, etc.). Elle est souvent difficile. Considérez l'argument suivant :

> Peut importe si on croît en Dieu ou pas, Dieu – s'Il existe – est omnipotent et donc un être qui peut tout faire. L'omnipotence est un trait essentiel de tout ce qui mérite le nom de Dieu. Si Dieu existe, alors, Il est omnipotent et peut tout faire. Pouvant tout

> faire, Il peut créer une pierre qui est tellement lourde que personne ne peut la soulever. Si personne ne peut soulever cette pierre, alors même Dieu ne peut pas la soulever. Alors Il ne peut pas tout faire. Mais s'Il existe, Il peut tout faire. Alors Dieu n'existe pas.

Il est clair qu'il y a de bonnes raisons de douter de cet argument. Mais lesquelles ? C'est à ce point-ci que la logique peut nous rendre service. Elle permet une formalisation de l'argument :

C1	Si Dieu existe, alors Dieu est omnipotent.	$p \to q$
C2	Si Dieu est omnipotent, alors Dieu peut tout faire	$q \to r$
C3	Si Dieu peut tout faire, alors Dieu peut créer une pierre de type F	$r \to s$
C4	Si Dieu peut créer une pierre de type F, une pierre du type F est possible.	$s \to t$
C5	Si une pierre du type F est possible, Dieu ne peut pas la soulever.	$t \to u$
C6	Si Dieu ne peut pas soulever une telle pierre, alors il ne peut pas tout faire.	$u \to \neg r$
C7	Si Dieu ne peut pas tout faire, alors il n'est pas omnipotent.	$\neg r \to \neg q$
C8	Si Dieu n'est pas omnipotent, alors Dieu n'existe pas.	$\neg q \to \neg p$
C9	Si Dieu existe, alors Dieu n'existe pas.	$p \to \neg p$
C10	Alors Dieu n'existe pas.	$\neg p$

Que dire de cet argument ? Quelles sont les prémisses, quelles sont les conclusions ? De quoi dépend la validité de cet argument ? Quelles prémisses on peut nier tout en acceptant d'autres ? C'est ici que la logique nous aide, en nous apprenant par exemple le suivant :
- Nous ne pouvons pas accepter (C1) à (C6) et ne pas accepter (C7) ou (C8).
- Nous ne pouvons pas accepter (C1) à (C3) et nier que si Dieu existe, il ne peut pas créer une pierre du type F ($p \to t$).
- Nous ne pouvons pas accepter (C1) à (C8) et nier (C9).
- Nous ne pouvons pas accepter (C9) et nier (C10).

En nous apprenant ceci, la formalisation limite le choix de critiques possible.

De l'autre côte, la formalisation rend la critique de l'argument plus facile, parce qu'elle nous force à distinguer les différentes prémisses qui peuvent en conséquence être évaluées de manières différentes. C'est ainsi qu'on voit que
- La plausibilité de (C1) dépend du concept "Dieu".
- La plausibilité de (C2) dépend du concept "omnipotent".
- La plausibilité de (C3) dépend du concept "une pierre de type F" (si lourde que personne ne peut la soulever).
- La plausibilité de (C4) dépend de la question si tout ce qui peut être créé par Dieu est possible.
- La plausibilité de (C5) dépend de la question si Dieu compte dans une 'personne' dans le sens approprié ici.
- La plausibilité de (C6) dépend de la question à savoir qu'est-ce qu'on entend par "peut tout faire".
- Les autres prémisses suivent logiquement de (C1) à (C6).

Quelqu'un qui veut critiquer l'argument doit donc critiquer une (ou plusieurs) des prémisses (C1) à (C6).

Si elle critique le concept d'omnipotence utilisé en (C2) par exemple en arguant que l'omnipotence n'inclut pas la capacité d'effectuer ce qui est logiquement impossible, elle doit argumenter en conséquence qu'il est logiquement impossible, pour Dieu, de créer une pierre qui est si lourde que même Dieu ne peut pas la soulever. On pourrait aussi, avec Descartes, nier la prémisse (C4), en arguant que Dieu peut faire des choses qui sont impossibles. Contre (C6), on pourrait dire que l'omnipotence requiert seulement que Dieu peut accomplir toutes les tâches 'positives' et que la création d'une pierre qui est si lourde que personne ne peut la soulever n'est pas une telle tâche 'positive'. Il est clair qu'il y a beaucoup de manières de critiquer l'argument – mais ceci n'entre pas dans la domaine de la logique, mais celle de la métaphysique ou plus particulièrement de la philosophie de la religion. Le service rendu par la logique ne concerne que la formalisation : la logique nous dit quelles étapes dans l'argument s'ensuivent de quelles d'autres, dans le sens où quelqu'un qui a accepté (C2), par exemple, devrait aussi accepter (C7).

La logique n'est pas absolue : le pas de (C9) à (C10), par exemple, qui est de la forme $\frac{p \rightarrow \neg p}{\neg p}$, peut être contesté. Mais il est important de noter que cette question est d'un autre ordre qu'un doute par rapport à une des prémisses 'matérielles', par exemple (C4) : on doutant que le schéma d'inférences est valide, c'est-à-dire en niant "$(p \rightarrow \neg p) \vdash \neg p$" ("il s'ensuit de "$p \rightarrow \neg q$" que $\neg p$"), on doute du fait que toutes les inférences qu'on obtient en remplaçant "p" par des phrases entières sont valides. On peut justifier un tel doute par des considérations qui n'ont rien à voir avec la métaphysique ou la philosophie de la religion. La justification des schémas d'inférence est le domaine de la *philosophie de la logique*, dont on discutera aussi dans ce cours. Si on arrive à établir que "$(p \rightarrow \neg p) \vdash \neg p$" n'est pas un principe acceptable de la logique, on remet un défenseur de l'argument sous l'obligation de justifier l'inférence suivante :

$$\frac{\text{Si Dieu existe, alors il n'existe pas.}}{\text{Dieu n'existe pas.}} \quad \text{de (C9) à (C10)}$$

par d'autres considérations : il ne peut donc plus dire que c'est par la logique seule que (C10) s'ensuit de (C9).

Il faut aussi dire que le même argument peut être formalisé de différentes manières et à l'aide de différentes logiques. La qualité d'une formalisation dépend du degré dont elle rend perspicace la structure d'un argument et du degré dont elle nous permet de l'évaluer et de le critiquer. Pour une formalisation de l'argument contre l'existence de Dieu, par exemple, la logique modale serait utile : elle nous permettait de rendre explicite la progression, à l'intérieur de la prémisse (C4), de "possible pour Dieu" à "possible" et de mieux étudier la relation entre la prémisse (C4) (possible pour Dieu, donc possible) et (C5) (impossible pour tout le monde, alors impossible pour Dieu).

4 La validité

La logique, on l'a dit, est l'étude des raisonnements valides. La logique propositionnelle classique, par exemple, nous montre qu'une inférence qui suit le schéma

$$\frac{q \rightarrow r}{\neg r \rightarrow \neg q}$$

(le principe de la conversion) est valide. Dire que les schémas suivants :

$$\frac{q \rightarrow r}{\neg r \rightarrow \neg q} \quad , \quad \frac{\begin{array}{c} p \\ p \rightarrow q \end{array}}{q} \quad , \quad \frac{p \rightarrow \neg p}{\neg p}$$

sont valides est dire que toute inférence qu'on obtient on remplaçant, dans un de ces schémas, les abréviations "p", "q" et "r" par des phrases du langage ordinaire est valide. Mais en quoi consiste cette validité ?

On a déjà dit que, pour un argument valide, il n'est pas requis que quelqu'un accepte *en fait* les prémisses : il suffit que, *s'il* acceptait les prémisses, il devrait aussi accepter la conclusion. En tant que logiciens, nous discutons de la qualité de l'argument contre l'existence de Dieu sans déclarer si oui ou non nous croyons en Dieu : la logique ne se concerne pas de la plausibilité des prémisses, mais se charge d'examiner leurs relations et d'identifier les règles d'inférences utilisées. La logique détermine si oui ou non une conclusion s'ensuit de quelques prémisses, si oui ou non on est forcé (à peine d'être irrationnel ou, au moins, 'illogique') à accepter la conclusion *si* on a déjà accepté les prémisses.

Les arguments, en conséquence, ne peuvent pas être dits "vrais" ou "faux". Un argument peut être impeccable même si toutes ses prémisses sont fausses. Ce qui détermine la qualité d'un argument est le degré dont les prémisses nous fournissent une raison d'accepter la conclusion. Dans le cas d'une inférence logique, cette question devient : "est-ce que l'argument *préserve* la vérité des prémisses (s'il y en a)" ? Si oui – si la vérité des prémisses entraîne celle de la conclusion – l'argument est dit "valide", autrement – si les prémisses pourraient être vraies sans que la conclusion soit vraie aussi – l'argument est dit "non valide".

Il peut donc y avoir des arguments dont la conclusion est vraie bien que les prémisses soient fausses :

> Tous les tigres sont des humains. Tous les humains ont la peau rayée. Donc tous les tigres ont la peau rayée.

De même, il peut y avoir des arguments valides dont la conclusion est fausse, et des arguments non valides dont les prémisses et la conclusion sont vraies. Mais ce qui est exclu par notre définition de la validité, c'est un argument valide dont la conclusion est fausse bien que les prémisses soient vraies.

Nous avons dit qu'une règle d'inférence est un schéma, un squelette de différentes inférences valides. Elle nous indique que la *forme (logique)* de ces phrases et nous dit que toute séquence de phrases ayants cette forme constitue une inférence valide. Dans le langage de la logique formelle, un raisonnement est valide en vertu de sa *forme* (i.e. de la forme des prémisses et de celle de la conclusion). Tout argument de la même forme est valide dans ce langage.

5 Utilisation et mention

La distinction entre l'utilisation et la mention d'un mot est cruciale, et c'est pour cela que les guillemets figurent parmi les entités syntaxiques préférées des philosophes. Les guillemets nous servent à éviter la *confusion entre utilisation et mention* que le philosophe américain Willard van Orman Quine, le père de la philosophie du 20ème siècle, a stigmatisé comme un des erreurs les plus fréquents et conséquentiels en philosophie. Si je dis

> Genève est une jolie ville.

j'*utilise* le mot "Genève" pour dire de la ville qu'elle est jolie – je mentionne la ville et j'utilise un mot qui la désigne.[2] Si, au contraire, je dis

> "Genève" est un mot du français, "Genève" a deux syllabes, "Genève" est mon mot préféré.

je *mentionne* le mot "Genève" et j'utilise un nom, " "Genève" " (un nom qui consiste de ⟨ guillemets, G, e, n, è, v, e, guillemets ⟩), pour parler de ce mot et pour dire de lui qu'il appartient à la langue française etc. On utilise des mots pour parler des choses et des noms de ces mots pour parler des mots. Rien ne nous empêche de créer des noms pour des mots, en baptisant "Karl", par exemple, mon mot préféré ("Genève"). Donné ce baptême, il est correct de dire que Karl est un mot de la langue française, que Karl me sers pour me référer à Genève etc. Même si de telles stipulations sont possibles, elles ne sont pas fréquent : normalement, on utilise les guillemets pour transformer n'importe quelle expression en un *nom* de cette expression.[3] Les guillemets nous

[2] "Mentionner" n'est donc pas utilisé au sens de "citer", mais au sens de "désigner", "faire mention de" ou "parler de". Malheureusement, il existe un autre usage technique en linguistique selon lequel "mention" désigne le statut d'un signe autonyme.

[3] Les guillemets ont, dans la langue naturelle, beaucoup d'autres fonctions : il peuvent permettre, par exemple, à un locuteur de prendre de la distance par rapport aux mots qu'ils utilisent ('scare quotes'), ou ils peuvent indiquer qu'on utilise une expression avec un sens métaphorique. Dans ces cas-là, j'utilise des guillemets simples : ' et '. L'usage naturel est tout à fait inconsistant dans son usage de guillemets : Ils sont utilisés pour marquer d'autres distinctions que celle entre usage et mention, comme quand on dit, par exemple, qu'on a lu tel et tel article dans "Le Monde" – se référant au journal et non pas au mot. De l'autre côté, ils manquent dans beaucoup de cas où il fallait les mettre : si je dis que je m'appelle Philipp, par exemple, ce que je veux dire est que je m'appelle "Philipp", que mon nom est "Philipp" et que mes parents m'ont baptisés "Philipp". Il ne s'agit pas, ici, d'entreprendre une

servent aussi à parler d'une autre langue que celle que nous utilisons dans la phrase concernée. Considérons la phrase suivante :

Genève est une ville beautiful.

Cette phrase n'appartient ni au français, ni à l'anglais – elle n'est pas bien formée.[4] La phrase suivante, cependant, est bien formée et une phrase du français :

Le mot "beautiful" est utilisé pour dire d'une chose qu'elle est jolie.

La séquence de lettres $\langle$ ", b, e, a, u, t, i, f, u, l, " $\rangle$ *est* un mot du français. On voit que les guillemets nous servent à rendre cohérentes des phrases à première vue paradoxales.[5] Mais les guillemets créent aussi leurs propres difficultés. Considérons l'expression "rajouté à sa propre citation" ("appended to its own quotation"). Elle nous donne une expression qui se dénote elle-même, c'est-à-dire l'expression ""rajouté a sa propre citation" rajouté à sa propre citation", comme on peut voir comme suivant :

"rajouté à sa propre citation" rajouté à sa propre citation =
"rajouté à sa propre citation" rajouté à la citation de "rajouté à sa propre citation"
= "rajouté à sa propre citation" rajouté à ""rajouté à sa propre citation"" =
""rajouté à sa propre citation" rajouté à sa propre citation" (6)

Puisque (6) a la forme $a =$ "a", "a" est une expression qui dénote elle-même. Ceci, cependant, n'est que rarement le cas et peut entraîner des conséquences paradoxales.[6]

6 Validité et vérité

On a rencontré deux notions sémantiques, celle de 'validité' et celle de 'vérité', qu'il faut distinguer clairement. La vérité appartient à des propositions, des significations des phrases (complètes). Une phrase comme "je suis malade", dite de moi aujourd'hui, exprime la proposition que Philipp est malade le 28 octobre 2003. Si je suis malade, alors cette proposition est vraie. La phrase est vraie en tant qu'elle exprime cette proposition, tout en étant fausse si énoncée par quelqu'un

réforme du langage ordinaire, mais seulement de prendre connaissance d'une distinction importante qu'on peut laisser tomber s'il n'y a aucun danger d'équivoque.

[4] Ceci ne veut pas dire qu'il n'est pas le cas qu'on comprend *quelque chose* en entendant cette phrase ou, par exemple, la suivante :

If philosophy didn't exist, said Voltaire, il faudrait l'inventer.

Mais il reste le cas qu'il s'agit ici d'une citation impropre : il n'est pas clair ce que Voltaire a dit et il faudrait mettre des guillemets pour remettre ceci.

[5] Il peut y avoir plusieurs possibilités de mettre des guillemets : Considérez le 'limerick' suivant, que Boolos (1995: 392) attribue à Richard Cartwright :

According to W. Quine
Whose views on quotation are fine,
Boston names Boston,
And Boston names Boston,
But 9 doesn't designate 9.

La tâche est mettre des guillemets de sorte que le résultat est correct et intéressant. Il y en a plusieurs solutions.

[6] Il est possible de reproduire l'argument qui est à la base du fameux paradoxe de Grelling à l'aide du prédicat "...donne une fausseté si rajouté à sa propre citation". Il suffit de se demander si ce prédicat s'applique à lui-même. S'il s'applique, alors ""donne une fausseté si rajouté à sa propre citation" donne une fausseté si rajouté à sa propre citation" est vrai et alors la phrase citée est fausse, parce qu'il s'agit de la citation de "donne une fausseté si rajouté à sa propre citation" suivi de ce prédicat même. Si elle est fausse, elle est ce qu'elle dit d'elle et alors elle est vrai. Les paradoxes de ce type, y compris le paradoxe de Russell, était à la base de la fameuse preuve de l'incomplétude de l'arithmétique par Gödel (1931). Consultez `http ://www.unige.ch/lettres/philo/enseignants/philipp/teaching/paradoxes.html` pour en savoir plus.

d'autre qui n'est pas malade ou par moi un jour où je ne suis pas malade. Même si aussi les phrases peuvent être dites vraies ou fausses, il s'agit des propriétés dérivées qu'elles ont en vertu d'exprimer telles ou telles propositions. La propriété d'être vrai et la propriété d'être faux sont des propriétés sémantiques parce que les propositions ne les ont pas simplement en vertu de leur forme – il faut considérer ce qu'une phrase dit pour savoir si oui ou non elle est vraie (si elle exprime une proposition vraie ou fausse).

La validité, de l'autre côté, n'est pas une propriété de phrases ou de propositions, mais une propriété des arguments et des inférences. Une inférence est dite 'valide' si elle transmet la vérité de ses prémisses à sa conclusion – s'il n'est pas logiquement possible que les prémisses soient vraies et la conclusion fausse. Il ne faut pas juste considérer la valeur de vérité actuelle de ces propositions, mais leurs valeurs de vérité possibles.

Références

George Boolos, 1995, "Quotational Ambiguity", dans Paolo Leonardi et Marco Santambrogio (éds.) "On Quine – New Essays", Cambridge, England : Cambridge University Press, republié dans Boolos (1998).

George Boolos, 1998, *Logic, Logic, and Logic*, Cambridge, Massachusetts : Harvard University Press, ed. par Richard Jeffrey.

Solomon Feferman, Dawson, Jr, John W., Stephen C. Kleene, Gregory H. Moore, Robert M. Solovay, et Jean van Heijenoort (éds.) 1986, *Kurt Gödel – Collected Works vol. 1*, Oxford, England : Oxford University Press.

Kurt Gödel, 1931, "Über formal unentscheidbare Satze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I", *Monatshefte für Mathematik und Physik* 38, pp. 173–198, traduction anglaise dans van Heijenoort (1967: 596–616) ; republié dans Feferman et al. (1986).

Jan van Heijenoort (éd.) 1967, *From Frege to Gödel : A Source Book in Mathematical Logic 1879-1931*, Cambridge, Massachusetts : Harvard University Press.